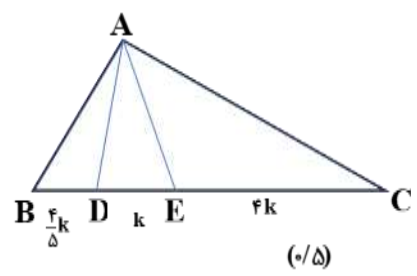


ردیف	پاسخ	نمره
۱-۱	الف) درست (ب) نادرست (پ) نادرست (ت) درست (هر قسمت ۰/۲۵)	۱
۱-۲	الف) یک (ب) ۳ (پ) نقیض حکم (ت) اندازه قاعده‌های (هر قسمت ۰/۲۵)	۱
۱-۳	الف) اگر دو مثلث مساحت‌های برابر داشته باشند، آنگاه همنهشت‌اند. ب) هر لوزی، یک مربع است. (هر قسمت ۰/۵ نمره)	۱
۱-۴	طبق تعریف نیمساز، از آنجا که $p$ روی نیمساز $XOY$ قرار دارد، داریم: $\underbrace{PH}_{\cdot/۲۵} = \underbrace{PG}_{\cdot/۲۵} \Rightarrow \underbrace{2x-1}_{\cdot/۲۵} = \underbrace{x+1}_{\cdot/۲۵} \Rightarrow \underbrace{x=1}_{\cdot/۲۵} \Rightarrow \underbrace{PG=۳, OG=۴}_{\cdot/۵}$ با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه $PGO$ ، داریم: $OP=۵$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱-۵	خط $d$ و نقطه $T$ را که غیر واقع بر آن است، مانند شکل در نظر می‌گیریم. به کمک پرگار به مرکز $T$ کمانی می‌زنیم. (۰/۲۵) به طوری که خط $d$ در دو نقطه $A$ و $B$ قطع شود. سپس عمود منصف پاره خط $AB$ را رسم می‌کنیم. و عمود منصف پاره خط $AB$ از نقطه $T$ می‌گذرد زیرا $TA=TB=RA$ (۰/۵) (شعاع دایره) بنابراین عمود منصف پاره خط $AB$ همان خطی است که بر خط $d$ عمود بوده و از نقطه $T$ می‌گذرد. (۰/۲۵)	۱/۵
۱-۶	نخست ضلع $AB=۴$ را رسم و از $A$ ، عمود $AX$ را بر $AB$ رسم می‌کنیم. سپس به مرکز $B$ و به شعاع ۶ کمانی می‌زنیم که $AX$ را در نقطه‌ای مانند $D$ قطع می‌کند. (۰/۵) در پایان از $B$ و $D$ به ترتیب خطوطی موازی $AB$ و $AX$ رسم می‌کنیم که یکدیگر را در نقطه $C$ قطع می‌کنند. در نتیجه مستطیل $ABCD$ رسم می‌شود. (۰/۵)	۱/۵
۱-۷	در مثلث دلخواه $ABC$ ، نیمسازهای $B$ و $C$ یکدیگر را در نقطه‌ای مانند $M$ قطع می‌کنند. (۰/۲۵) نقطه $M$ روی نیمساز زاویه $B$ است. بنابراین: $MH=MG$ نقطه $M$ روی نیمساز زاویه $C$ است. بنابراین: $MF=MG$ از دو رابطه اخیر نتیجه می‌گیریم: $MH=MF$ بنابراین نقطه $M$ روی نیمساز زاویه $A$ بوده و نقطه $M$ نقطه هم‌رسی نیمسازهاست. (۰/۲۵)	۱/۵
۱-۸	$\frac{x+y}{x-y} = \frac{9}{4} \Rightarrow 9x-9y = 4x+4y \Rightarrow 13y = 5x \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{13} \xrightarrow[\cdot/۲۵]{\text{تفضیل صورت از مخرج}} \frac{y}{x-y} = \frac{5}{13-5} \Rightarrow \frac{y}{x-y} = \frac{5}{8} \quad (۰/۵)$	۱/۵
۱-۹	می‌دانیم اگر دو مثلث ارتفاع‌های یکسانی داشته باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌های آن‌هاست. بنابراین داریم: (۰/۲۵) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = \frac{CE}{DE} = 4 \\ \frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{CE}{BD} = 5 \end{array} \right. \xrightarrow{(۰/۵)} \frac{CD}{BE} = \frac{4k+k}{\frac{4}{5}k+k} = \frac{5k}{\frac{9k}{5}} = \frac{25}{9} \quad (۰/۷۵)$	۲



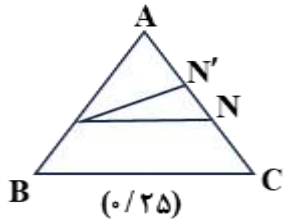
عکس قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آن‌ها، چهار پاره خط با اندازه‌های متناظراً متناسب جدا کند، آنگاه با ضلع سوم مثلث موازی است. (۰/۵)

اثبات با برهان خلف: مطابق شکل می‌دانیم: (۰/۲۵)  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  (۱)

فرض می‌کنیم برخلاف حکم،  $MN \parallel BC$  پس از نقطه M پاره خط  $MN'$  را موازی BC رسم می‌کنیم و با توجه به قضیه تالس داریم:

(۰/۲۵)  $MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB}$  (۲)

از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:



$\frac{AN'}{AC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AN' = AN$  (۰/۲۵)

بنابراین N بر N' منطبق بوده و MN همان  $MN'$  است که موازی BC است. (۰/۲۵)

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$\frac{4}{4+x} = \frac{3}{3+y} = \frac{4}{6}$  (۰/۵)

$\Rightarrow \frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x+4 = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \Rightarrow x=2 \\ y+3 = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \end{cases}$  (۰/۵)

طبق قضیه تالس داریم: (۰/۲۵)

$\begin{cases} DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BF} = \frac{20}{BF} \end{cases} \Rightarrow \frac{20}{BF} = \frac{2}{3} \Rightarrow BF = 30$  (۰/۷۵)

از آنجا که  $AB \parallel CD$  پس بنابر قضیه تالس در مثلث MCD داریم: (۰/۲۵)

$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{1}{3}$  (۰/۲۵)

با تفصیل نسبت در صورت داریم:

$\frac{MD-MA}{MD} = \frac{MC-MB}{MC} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$  (۰/۲۵)

$\Rightarrow \frac{AD}{MD} = \frac{BC}{MC} = \frac{2}{3}$  (۰/۲۵)

$\Rightarrow MC+MD = \frac{3}{2}BC + \frac{3}{2}AD = \frac{3}{2}(BC+AD) = \frac{3}{2} \times 18 = 27$  (۰/۲۵)

