

با اسمه تعالی

|   |                          |                       |   |
|---|--------------------------|-----------------------|---|
| ساعت شروع: ۸ صبح  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳  |
| تعداد صفحه: ۲   | نام و نام خانوادگی:      | رشته: ریاضی- فیزیک    | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |                          |                       | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |

|      |                         |      |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سوالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

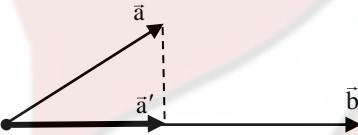
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

سوالات فصل اول

|   |  |      |
|---|--|------|
| ۱ | ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقادیر $x$ و $y$ را به دست آورید. | ۰/۵  |
| ۲ | ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ معرفی شده است، مقدار $k$ را طوری پیدا کنید که رابطه $k kA  = 625$ برقرار باشد.                        | ۱/۲۵ |
| ۳ | در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A$ را به دست آورید.                      | ۱/۲۵ |
| ۴ | اگر $A = \begin{bmatrix}  A  & 0 & 1 \\ 1 &  A  & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ را بیابید.   | ۱    |

سوالات فصل دوم

|   |  |      |
|---|--|------|
| ۵ | الف) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، ..... آن زاویه است.<br>ب) <u>بیضی</u> مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)  | ۰/۵  |
| ۶ | معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(1,0)$ مرکز آن بوده و بر خط $-3x = y$ مماس باشد.   | ۰/۷۵ |
| ۷ | مقدار $C$ را چنان بیابید که دایره $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2x + 2y + C = 0$ بر دایره $(x+1)^2 + y^2 = 2x + 2y + C = 0$ مماس بیرون باشد.  | ۱/۷۵ |
| ۸ | در شکل روبرو دو نقطه $A$ و $B$ روی بیضی با کانون‌های $F$ و $F'$ قرار دارند.<br>اگر $AF' = BF$ و همچنین $AF = BF$ یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند $M$ قطع کنند، نشان دهید: مثلث $MF'F$ متساوی الساقین است و $M$ روی قطر کوچک بیضی قرار دارد. | ۱/۵  |
| ۹ | در شکل روبرو نقطه $M$ روی بیضی با کانون‌های $F$ و $F'$ قرار دارد، به طوری که $MF = 8$ و $MF' = 6$ . اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{7}$ باشد، اندازه <u>نصف قطر کوچک</u> بیضی را به دست آورید.   | ۱/۲۵ |
|   | ادامه سوالات در صفحه دوم   |      |

|   |   |   |                                  |
|---|---|---|----------------------------------|
| ساعت شروع: ۸ صبح  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه   | سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تعداد صفحه: ۲   | نام و نام خانوادگی: رشته: ریاضی- فیزیک  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |                                  |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |                                  |
| ردیف  | سوالات (پاسخ نامه دارد)   | سوالات  | نمره                             |
| ۱۰  | سهمی با رأس A و کانون F(۱,۲) مفروض است. معادله سهمی و خط هادی آن را بنویسید.  | ۱/۵   |                                  |
| ۱۱  | اگر اندازه گودی(عمق) یک دیش مخابراتی دو برابر شود، فاصله کانونی این دیش چه تغییری می کند؟ (با ارائه راه حل)   | ۰/۷۵  |                                  |
| سوالات فصل سوم  |   |   |                                  |
| ۱۲  | شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $y^2 + x \leq 0$ , $x > -2$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.  | ۰/۷۵  |                                  |
| ۱۳  | الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ خطی موازی محور ..... است.<br>ب) حاصل عبارت $\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})$ برابر صفر است. (درست - نادرست)<br>پ) زاویه بین بردارهای غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، برابر $\theta$ است. در کدامیک از موارد زیر حاصل ضرب داخلی آنها بیشترین مقدار را دارد.<br>ت) کدامیک از بردارهای زیر، بر راستای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود نیست.<br>$\vec{b} \times \frac{\sqrt{2}}{5} \vec{a}$ (۴) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ (۳) $\vec{a} \times \vec{b}$ (۲) $\sqrt{3}\vec{a} \times (-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{b})$ (۱) | ۱/۵   |                                  |
| ۱۴  | نقطه A به ارتفاع ۳ روی محور Z ها و نقطه B(۱,۰,۰) در فضا مفروض اند. فاصله مختصات وسط AB تا مبدأ مختصات را حساب کنید.   | ۰/۷۵  |                                  |
| ۱۵  | نشان دهید: تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ برابر $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ است.<br>  | ۱/۲۵  |                                  |
| ۱۶  | بردارهای $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.   | ۱/۲۵  |                                  |
| ۱۷  | زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ را به دست آورید.   | ۱/۲۵  |                                  |
| ۱۸  | بردار $\vec{a} = (4, -4, 2)$ مفروض است. بردار $\vec{b}$ غیرهمجهت با $\vec{a}$ و به طول ۱۲ را طوری بیابید که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ باشد.  | ۱/۲۵  |                                  |
| ۲۰  | جمع نمره  | موفق و سر بلند باشید  |                                  |

|  |                  |  |   |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح   | نمره |
|------|---|------|
| ۱    | $x = 2 \quad (0 / 25) , \quad y = -1 \quad (0 / 25)$  | ۰/۵  |
| ۲    | $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0 / 25) \Rightarrow  A  = 1 \quad (0 / 25)$<br>$k kA  = k \underbrace{(k^3  A )}_{(0 / 25)} = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5 \quad (0 / 25)$  | ۱/۲۵ |
| ۳    | $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$<br>$A = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1}}_{(0 / 25)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} = \frac{1}{15-14} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \quad (0 / 5)$ | ۱/۲۵ |
| ۴    | $ A  =  A ( A  - 2) + 1(2) \Rightarrow  A ^2 - 3 A  + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases}  A  = 1 \quad (0 / 5) \\  A  = 2 \quad (0 / 5) \end{cases}$   | ۱    |
| ۵    | الف) نیمساز $(0 / 25)$ ب) نادرست $(0 / 25)$ ص ۵۱      ص ۳۹  | ۰/۵  |
| ۶    | روش اول: $OH = \frac{ 1+3 }{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 4 \quad (0 / 25) , \quad OH = R \quad (0 / 25) , \quad (x-1)^2 + y^2 = 16 \quad (0 / 25)$<br>روش دوم: با استفاده از رسم شکل و پیدا کردن شعاع $(0 / ۰$ نمره) و نوشتن معادله دایره $(0 / 25)$   | ۰/۷۵ |
| ۷    | $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow O'(-1, 1) , \quad r' = \sqrt{2} \quad (0 / 5)$<br>$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 - c \Rightarrow O(1, -1) , \quad r = \sqrt{2-c} \quad (0 / 5)$<br>$OO' = 2\sqrt{2} \quad (0 / 25)$<br>$OO' = r + r' \xrightarrow{(0 / 25)} 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2-c} \Rightarrow c = 0 \quad (0 / 25)$  | ۱/۷۵ |

«ادامه در صفحه دوم»

|  |                  |  |   |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره |
|------|--|------|
| ۸    | <p>نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، با توجه به تعریف بیضی:</p> $\underbrace{AF + AF'}_{(0/25)} = 2a = \underbrace{BF + BF'}_{(0/25)} \xrightarrow{AF=BF} AF = BF' \quad (0/25)$ <p>دو مثلث <math>AFF'</math> و <math>BFF'</math> بنا به حالت <math>(AF=BF', AF'=BF, FF'=FF')</math> برابری سه ضلع همنهشت هستند <math>(0/5)</math>، نتیجه دو زاویه <math>\hat{AFF}' = \hat{BFF}'</math> متساوی الساقین است و <math>MF = MF'</math> <math>(0/25)</math>، <math>MFF' = BFF'</math> متساوی الساقین است و <math>M</math> روی عمود منصف پاره خط <math>AFF'</math> (قطر کوچک بیضی) است <math>(0/25)</math>.</p> | ۱/۵  |
| ۹    | <p>نقطه M روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی:</p> $MF + MF' = 2a = 14 \Rightarrow a = 7 \quad (0/5)$ $\frac{c}{a} = \frac{1}{7} \xrightarrow{a=7} c = 1 \quad (0/25)$ $a' = b' + c' \xrightarrow{(0/25)} b = 4\sqrt{3} \quad (0/25)$  | ۱/۲۵ |
| ۱۰   | <p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی قائم و دهانه آن به سمت پایین می‌باشد <math>(0/25)</math></p> <p>فاصله کانونی سهمی برابر با <math>a = AF = 4</math> است <math>(0/25)</math></p> <p>معادله آن برابر است با: <math>(x-1)^2 = -16(y-2)</math> <math>(0/5)</math></p> <p>معادله خط هادی سهمی <math>y = 6</math> است <math>(0/5)</math></p>  | ۱/۵  |
| ۱۱   | <p>نصف می‌شود <math>(0/25)</math> ص ۵۹</p> $\frac{a'}{a} = \frac{\frac{b'}{4(2h)}}{\frac{b'}{4h}} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$   | ۰/۷۵ |
| ۱۲   | <p>رسم نمودار سهمی <math>(0/25)</math>، رسم خط‌چین <math>(0/25)</math>، مشخص کردن ناحیه محصور <math>(0/25)</math></p> <p>ص ۶۳</p>  | ۰/۷۵ |

«ادامه در صفحه سوم»

|  |                  |  |   |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره     |
|------|--|----------|
| ۱۳   | <p>الف) <math>Z</math> ها <math>(0/5)</math> ص ۶۷</p> <p>ب) درست <math>(0/5)</math> ص ۸۱</p> <p>پ) گزینه ۱ <math>(0/25)</math> ص ۸۰</p> <p>ت) گزینه ۳ <math>(0/25)</math> ص ۸۲ و ۸۱</p>  | ۱/۵      |
| ۱۴   | <p>مختصات نقطه <math>M\left(\frac{1}{2}, 0, 2\right)</math> و فاصله تا مبدأ مختصات <math>AB</math> برابر با <math>\sqrt{17}</math> است.</p> <p>ص ۶۶</p>  | $(0/25)$ |
| ۱۵   | <p>روش اول: بردار <math>\vec{a}'</math> با بردار <math>\vec{b}</math> موازی است، <math>\vec{a}' = k\vec{b}</math></p> $(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{b} \Rightarrow (\underbrace{\vec{a} - \vec{a}'}) \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b} - (k\vec{b}) \cdot \vec{b}}_{0} = 0 \Rightarrow k = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \Rightarrow \vec{a}' = k\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ <p>روش دوم: در مثلث قائم الزاویه، زاویه بین دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> را <math>\theta</math> می‌نامیم،</p> $\cos \theta = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{a} } \Rightarrow  \vec{a}'  =  \vec{a}  \cos \theta$ $\vec{a}' = k\vec{b} \Rightarrow  \vec{a}'  = k \vec{b}  \Rightarrow k = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{b} } = \frac{ \vec{a}  \cos \theta}{ \vec{b} } = \frac{ \vec{b}   \vec{a}  \cos \theta}{ \vec{b} ^2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \xrightarrow{\vec{a}' = k\vec{b}} \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ | ۱/۲۵     |
| ۱۶   | <p>حجم متوازی السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است <math>(0/25)</math></p> <p>حجم متوازی السطوح برابر <math>  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})   =  (1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1)  = 2</math> است <math>(0/5)</math></p> <p>مساحت قاعده این متوازی السطوح که توسط بردارهای <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{c}</math> تولید می‌شود برابر با: <math> \vec{b} \times \vec{c}  = \sqrt{3}</math> است <math>(0/25)</math></p> <p>در نتیجه: <math>h = \frac{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }{ \vec{b} \times \vec{c} } = \frac{2}{\sqrt{3}}</math> <math>(0/25)</math></p>   | ۱/۲۵     |

«ادامه در صفحه چهارم»

| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه   | ساعت شروع: ۸ صبح   | رشته: ریاضی فیزیک  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
|---|--|--|---|
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷  |  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲ |   |
| ردیف  | راهنمای تصحیح  | نمره   |   |
| ۱۷  | $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۳ = ۳\sqrt{۳} \cos \theta \xrightarrow{(۰/۵)} \cos \theta = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \theta = ۴۵^\circ (۰/۲۵)$  | ۱/۲۵   | ۷۸ ص                                    |
| ۱۸  | $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \vec{b} = (4k, -4k, 2k) (۰/۲۵)$<br>$ \vec{b}  = 6  k  = 12 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = \pm 2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = -2 \Rightarrow \vec{b} = (-8, 8, -4) (۰/۲۵)$ | ۱/۲۵   | ۸۲ ص                                    |
|   | "پیروز باشید"  | ۲۰   |   |