



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی پسرانه موحّد  
منطقه ۵ شهر تهران



نام استاد: آقای صوابی	نمونه سوالات	پایه: دهم
	نام درس: ریاضی و آمار	رشته: انسانی

$$1) x^2 + 3x - 4 = 0$$

۱ با استفاده از اتحادها، معادله‌های زیر را حل کنید:

از اتحاد یک جمله‌ی مشترک، تساوی را تجزیه کنید:

$$\Rightarrow (x \dots)(x \dots) = 0$$

$$\Rightarrow (x - \dots) = 0 \text{ یا } (x \dots) = 0 \Rightarrow x = \dots \text{ یا } x = \dots$$

$$2) 4x^2 - (2 - x)^2 = 0$$

با استفاده از اتحاد ..... عبارت جبری سمت چپ تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$(2x - (2 - x))(2x + (2 - x)) = 0 \Rightarrow \dots$$

۲ طرف دو تساوی‌های زیر را به کمک اتحادهای خوانده شده کامل کنید:

$$(2 + \dots)^2 = \dots + 12xy + \dots \text{ (ب)}$$

$$\text{الف) } \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 = \dots + \dots + \frac{1}{4}$$

$$x^2 - \dots + 12 = (x - 6)(x - 2) \text{ (ت)}$$

$$\text{پ) } (x - 2y)(\dots + \dots) = x^2 - 4y^2$$

$$\text{ث) } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \dots + \dots + \frac{9}{4}$$

۳ حاصل اتحادهای زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } (x - 2)^2$$

$$\text{ب) } (3x + y)^2$$

۴ جاهای خالی را به کمک اتحاد چاق و لاغر پر کنید.

$$1) (\dots)(\dots) = x^2 - 125y^2$$

$$2) (\dots)(\dots) = \frac{x^2}{27} - 125y^2$$

$$3) (10x - \sqrt{3})(\dots) =$$

$$4) (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\dots) =$$

$$\left(3ax - \frac{1}{2}\right) \left(9a^2x^2 + \frac{3}{2}ax + \frac{1}{4}\right)$$

۵ عبارت مقابل را ساده کنید:

$$(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$$

۶ عبارت مقابل را ساده کنید:

۱)  $(\dots - \dots)(^4a^2 + ^6ab + ^9b^2) = \dots - \dots$

۲)  $(^3x - ^5y)(\dots + \dots + \dots) = ^{27}x^3 - ^{125}y^3$

۳)  $(^{10}x + \dots)(^{100}x^2 - \dots + ^4) = \dots + \dots$

۴)  $(\dots - \dots)(\dots + \dots + \dots) = \sqrt[4]{^8} - \sqrt[3]{^{27}}$

$$A = \frac{x^5 - 1}{(x^4 + x^2 + 1)(x - 1)}$$

۸ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$h(x) = \frac{^2x + ^5}{x^2 - ^2x}$$

۹ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

$$h(x) = \frac{1}{x^2 - ^3x - ^4}$$

۱۰ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{^2}{x - 1}$$

۱۱ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

$$h(x) = \frac{x^2 - ^9}{x - ^3}$$

۱۲ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

۱۳ دامنه‌ی تابع‌های زیر را تعیین کنید.

الف)  $f(x) = \frac{^3x - 1}{^2x^2 - 8}$

ب)  $g(x) = \sqrt{^9 - x^2}$

۱۴ نیما از پسرعمویش کیان، سه سال بزرگ‌تر است. اگر حاصل‌ضرب سن این دو ۴۰ باشد، پسرعموی کوچک‌تر چند سال دارد؟

اگر سن نیما برابر  $x$  باشد، طبق فرض مسئله، سن کیان برابر ..... است. بنابراین:

$$x \times (\dots) = 40$$

آیا می‌توانید جواب‌های معادله‌ی فوق را حدس بزنید؟ این معادله از درجه‌ی چند است؟

ب) این معادله چند جواب دارد؟ آیا عدد منفی هم در معادله صدق می‌کند؟ این جواب در این سؤال معنی دارد؟

۱۵ مجموع پنج عدد طبیعی متوالی ۷۰ است آن اعداد کدام‌اند؟

۱۶ طول مستطیلی دو برابر عرض آن است. اگر محیط مستطیل ۳۶ متر باشد طول و عرض مستطیل چند متر است؟

$$\frac{x - 1}{4} + \frac{x + 1}{3} = \frac{x + 2}{5}$$

۱۷ معادله‌ی مقابل را حل کنید:

۱۸ معادله‌ی مقابل را ساده کنید. در صورتی‌که درجه آن اول بود پاسخ را بدست آورید.

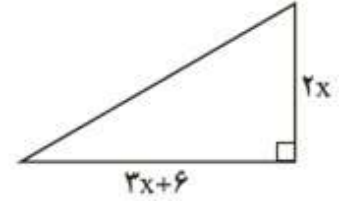
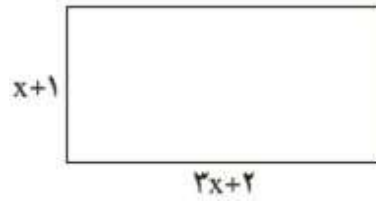
$$x^2 + ^2x - ^4 = x^2 + x + ^5$$

۱۹ کلاغی به دسته‌ی کبوتری که در حال پرواز بودند رسید و از پیشروی آن‌ها پرسید شما چند تا هستید؟ کبوتر گفت:

«ما و ما و نصف ما و نیمه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، جملگی ۱۰۰ می‌شویم.»

۲۰ عددی صحیحی به دست آورید که حاصلضرب آن در عدد قبل از آن مساوی حاصلضرب آن در عدد بعد از آن باشد.

۲۱ مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی‌اند، طول و عرض این مستطیل چه قدر است؟



۲۲ معادله‌های درجه‌ی دوم زیر را حل کنید.

(۱)  $x^2 - x = 0$

(۳)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

(۵)  $3x^2 - x + 4 = 0$

(۲)  $2x^2 + x - 1 = 0$

(۴)  $x^2 + 17x - 18 = 0$

(۶)  $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$

۲۳ معادله‌های درجه‌ی دوم زیر را به روش تشکیل مربع کامل حل کنید.

(الف)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

(پ)  $x^2 + \frac{1}{4} = -x$

(ب)  $9x^2 + 3x - 2 = 0$

(ت)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

مطابق نمونه، اتحاد جبری پیشنهادی در ستون اول را که مناسب برای حل معادله‌ی درجه دوم در ستون بعدی است، با یک خط به یکدیگر وصل کنید، سپس معادله‌ی فوق را در ستون آخر حل کنید.

ستون سوم	ستون دوم	ستون اول
$x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x + 6) = 0$ $\Rightarrow x = 0$ یا $x = -6$ پس معادله دو ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد.	$x^2 + 6x = 0$	اتحاد مربع تفاضل دو جمله
$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = 0 \Rightarrow$ $[x + 3][x + 3] = 0 \Rightarrow x = -3$ یا $x = -3$	$x^2 + 6x + 9 = 0$	عامل‌یابی (فاکتورگیری)
روش ۱: $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 4)(\dots) = 0$ $\Rightarrow x = \dots$ یا $\dots$ روش ۲: $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow \dots$	$x^2 - 16 = 0$	اتحاد جمله مشترک
$(x + 3)(\dots) = 0$	$x^2 + 5x + 6 = 0$	اتحاد مربع مجموع دو جمله
	$x^2 - 10x + 25 = 0$	اتحاد مزدوج و روش ریشه‌گیری

۱- با توجه به معادله‌های فوق در حالت کلی در معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ :

الف) اگر  $c = 0$  از کدام روش بالا استفاده می‌کنید؟

ب) در چه صورتی از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده می‌کنید؟

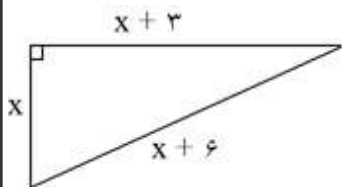
پ) برای حل معادله‌ی درجه‌ی دو به کمک اتحاد مزدوج یا ریشه‌گیری،  $b$  در چه شرطی صدق می‌کند؟ آیا علامت‌های  $a$  و  $c$  مهم است؟

ت) در کدام‌یک از اتحادهای فوق جواب معادله، ریشه‌ی مضاعف محسوب می‌شود؟

۲- آیا می‌توانید معادله‌ی درجه دومی بنویسید که جواب نداشته باشد؟ دو نمونه‌ی آن را مشخص کنید.

۲۵ طول ضلع مکعبی را پیدا کنید که عدد مربوط به حجم آن مساوی عدد مربوط به محیط یک وجه آن باشد.

۲۶ در مثلث قائم‌الزاویه زیر مقدار  $x$  را با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورث به دست آورید. (به روش  $\Delta$ )



۲۷ معادله‌ی مقابل را حل کنید. (به روش  $\Delta$ )  $x^2 - 6x + 7 = 0$

۲۸ معادله‌ی مقابل را به روش مربع کامل کردن حل کنید:  $x^2 - 6x + 25 = 0$

۲۹ ریشه‌های معادله‌ی مقابل را تعیین کنید.  $x^2 - 3x - 4 = 0$

۳۰ معادله‌ی مقابل را ساده کنید. در صورتی که درجه آن اول بود پاسخ را بدست آورید.

$$-(2x - 1)^2 + 2(x + 2)^2 = 6$$

۳۱ به ازای چه مقدار  $k$ ، معادله‌ی  $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^2+k}{(t^2+1)^2-68}$  دارای جواب  $t = -3$  است؟

۳۲ معادله‌ی گویای مقابل را حل کنید (کسرهای گویا بامعنا فرض شده‌اند).

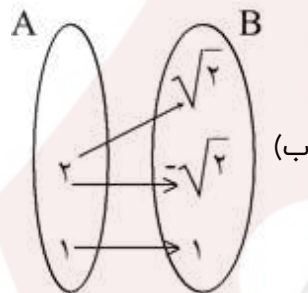
$$\frac{h+2}{h-1} + \frac{h-4}{2h} = \frac{4}{2h^2-2h}$$

۳۳ معادله‌ی مقابل را حل کنید:

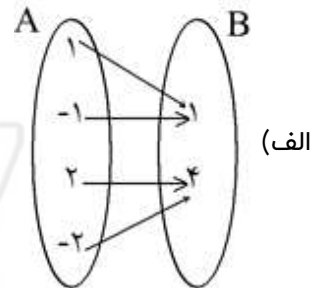
$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{4}$$

۳۴ اگر رابطه‌ی  $f$  تابع باشد، در این صورت حاصل  $x^2 + y^2$  را به دست آورید. (مجموعه‌ی  $f$  را پس از محاسبه‌ی  $x$  و  $y$  بنویسید.)  
 $f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$

۳۵ کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



(ب)

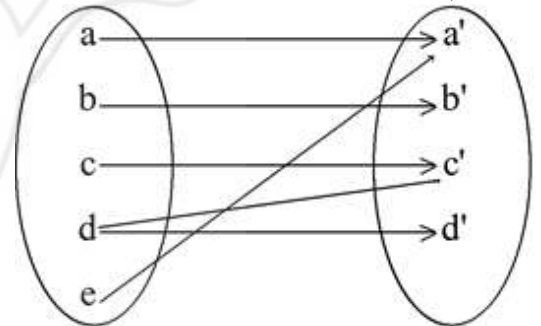


(الف)

پ)  $f = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$

(ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره‌ی ملی او را نسبت می‌دهد.

۳۶ نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



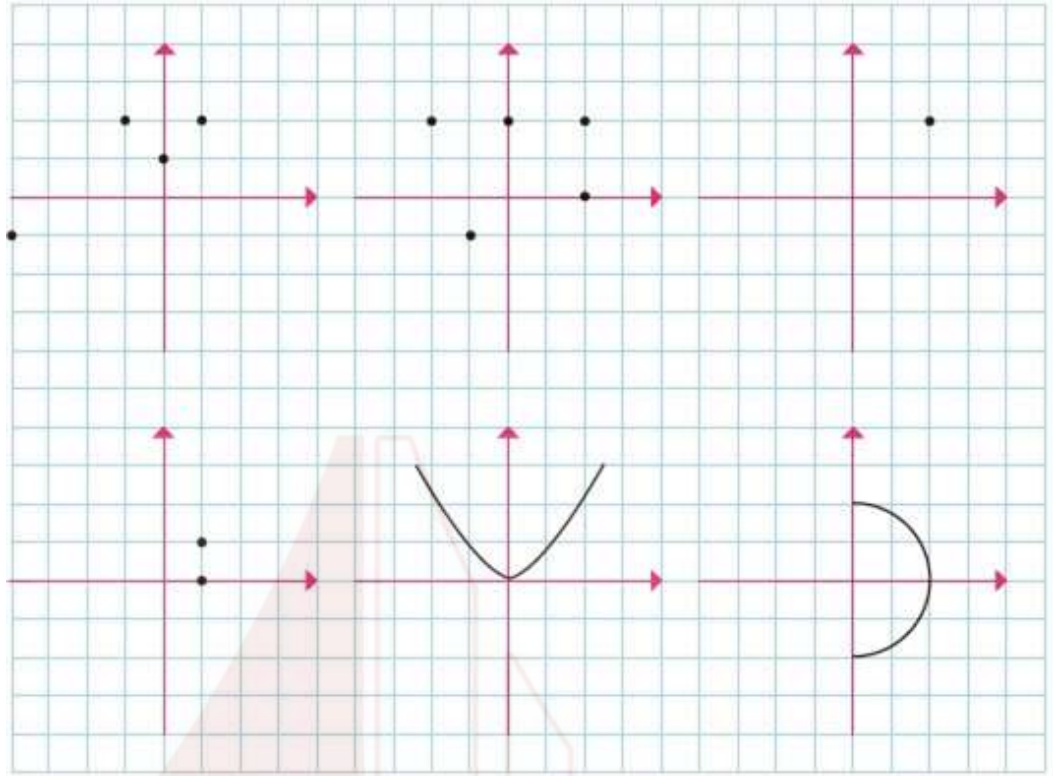
در جدول زیر، در هر سطر یکی از نمایش‌های رابطه‌ای مشخص شده است. ابتدا برای هر رابطه جاهای خالی را پر کنید سپس تشخیص دهید که کدام رابطه، تابع است.

نمایش بیکانی	نمایش مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	توصیفی	جدولی										
				<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>۹</td> </tr> <tr> <td>۴</td> <td>۱۶</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	۱	۱	۲	۴	۳	۹	۴	۱۶
x	y													
۱	۱													
۲	۴													
۳	۹													
۴	۱۶													
			<p><math>f</math> رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه‌ی <math>A = \{0, 1, -1, 2, -2\}</math> توان چهارم آنرا نسبت می‌دهد.</p>											
		<p><math>f = \{ \text{شنا، علی} \}</math> و <math>\{ \text{فوتبال، رضا} \}</math> و <math>\{ \text{شنا، رضا} \}</math> و <math>\{ \text{والیبال، آرش} \}</math> و <math>\{ \text{کشتی، حمید} \}</math> و <math>\{ \text{تیراندازی، علی} \}</math></p>												

کدامیک از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست، دلایل خود را بنویسید.

- الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوغاتی آن شهر را نسبت می‌دهد.
- تابع است  تابع نیست
- ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد.
- تابع است  تابع نیست
- پ) رابطه‌ای که هر شهر، نماینده‌ی آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد.
- تابع است  تابع نیست
- ت) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله‌ی او را نسبت می‌دهد.
- تابع است  تابع نیست

۳۹ کدامیک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آن‌ها رسم شده است، تابع‌اند؟ چرا؟



۴۰ کدام مجموعه از زوج‌مرتبه‌ها، نمایش یک تابع است؟

الف)  $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$

ب)  $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$

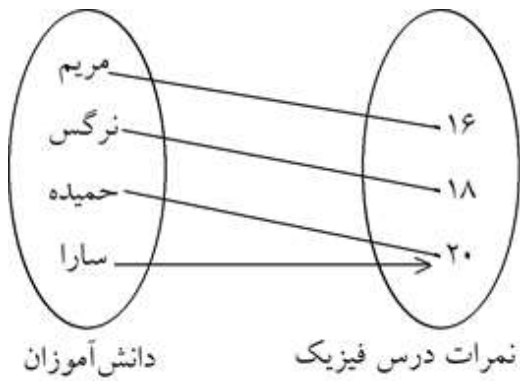
پ)  $H = \{(2, 3)\}$

ت)  $I = \{(3, 3)\}$

ث)  $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$

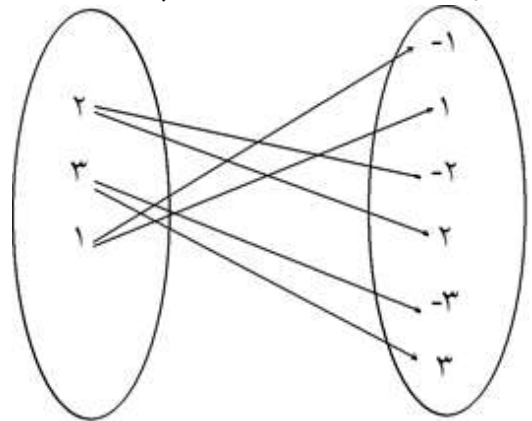


۴۱ کدامیک از رابطه‌ها که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع‌اند؟ چرا؟

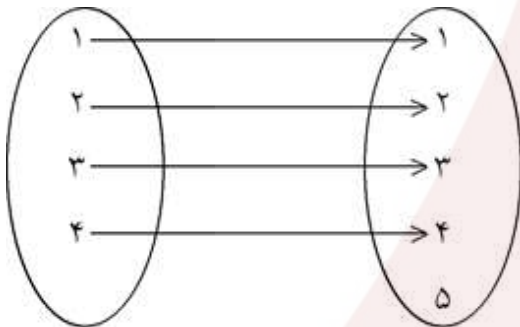


نمرات درس فیزیک      دانش‌آموزان

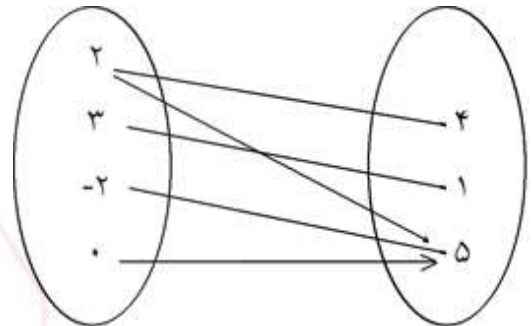
تابع ..... زیرا



تابع ..... زیرا



تابع ..... زیرا



تابع ..... زیرا

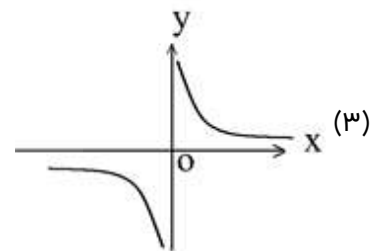
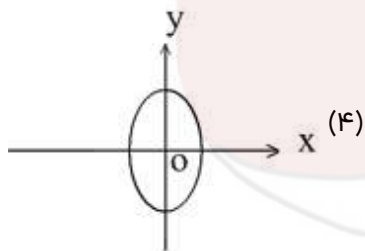
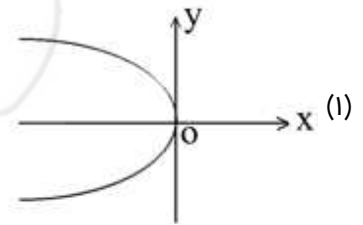
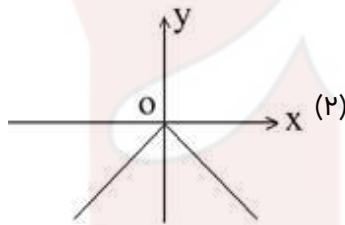
$$f = \{(2, -1), (3, 7), (4, -1)\}$$

۴۲ آیا مجموعه‌ی زیر تابع است یا نه؟

$$y^x = x^y$$

۴۳ رابطه‌ی زیر در مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است. آیا این رابطه یک تابع است؟

۴۴ کدامیک از اشکال زیر نمودار یک تابع است؟



۴۵ کدامیک از رابطه‌های زیر تابع است؟

الف)  $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$

ب)  $g = \{(1, 3), (3, 2), (5, 2)\}$

ج)  $h = \{(-1, 2), (-2, 3), (-3, 4), (5, 1), (1, 2)\}$



۴۶ تابع  $f$  به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد.  $f$  کدام تابع است؟ حاصل  $f(۳)$  را بیابید.

ب)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۲\sqrt{x-۴}$   
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۲\sqrt{x} - ۴$  (ت)

الف)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۲(x-۴)^۳$   
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۲x^۳ - ۴$  (پ)

۴۷ بُرد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه‌ی داده شده، به دست آورید.

الف)  $f: A \rightarrow B$   
 $f(x) = x^۲ + x + ۱$ ,  $A = \{۰, -۱, ۱, ۲, -۲\}$

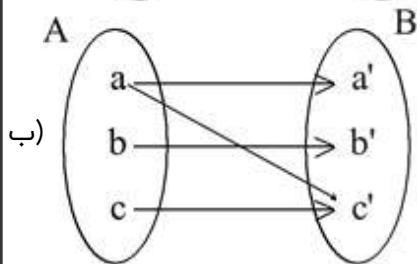
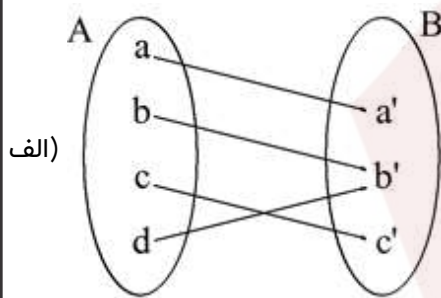
ب)  $f: A \rightarrow B$   
 $f(x) = \frac{x+۱}{x}$ ,  $A = \{\frac{۱}{۲}, ۱, -۱, ۲, -۲\}$

پ)  $f: A \rightarrow B$   
 $f(x) = \sqrt{x+۱}$ ,  $A = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۸\}$

ت)  $f: A \rightarrow B$ ,  $A = \omega = \{۰, ۱, ۲, \dots\}$   
 $f(x) = x$

ث)  $f: A \rightarrow B$ ,  $A = \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۰$

۴۸ کدامیک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.



پ)  $f = \{(۲, -۱), (۳, -۱), (۱, -۱), (۴, ۱), (۲, ۴)\}$

ت)  $g = \{(۱, ۱)\}$

ث)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۲x + ۱$

ج)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = x$

ح)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = ۲$

۴۹ تابع  $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x < 0 \\ x + 4 & x \geq 0 \end{cases}$  داده شده است.  $f(-2)$  و  $f(0)$  و  $f(1)$  را محاسبه کنید.

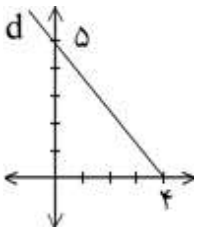
۵۰ در تابع  $y = ax^2 + bx + 1$  مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید تا نمودار تابع از نقطه‌ی  $(1, 1)$  گذشته و محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول  $-1$  قطع کند.

۵۱ دو خط زیر داده شده است:

$$\begin{cases} (m+1)x + my = 3 \\ (1+3m)y = 5 - 3mx \end{cases}$$

$m$  را طوری تعیین کنید:  
الف) که دو خط موازی باشند.  
ب) که دو خط بر هم عمود باشند.

۵۲ در شکل مقابل معادله خط  $d$  را به دست آورید.



۵۳ معادله خطی را بنویسید که از نقطه  $A = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$  بگذرد و شیب آن  $-5$  باشد.

۵۴ خط به معادله  $3x - y = 6$  را رسم کنید.

۵۵ در حالت زیر شیب خطی را که از  $A$  و  $B$  می‌گذرد حساب کنید و سپس معادله‌ی آن خط را بنویسید.

$A(0, 2), B(-2, 0)$

۵۶ در حالت زیر شیب خطی را که از  $A$  و  $B$  می‌گذرد حساب کنید و سپس معادله‌ی آن خط را بنویسید.

$A(-3, -5), B(2, 0)$

۵۷ در حالت زیر شیب خطی را که از  $A$  و  $B$  می‌گذرد حساب کنید و سپس معادله‌ی آن خط را بنویسید.

$A(-2, 3), B(2, 5)$

۵۸ در مقابل شیب و یک نقطه از خط داده شده است معادله‌ی آن خط را بنویسید.

$D(-2, -1) \quad m = 0$

۵۹ نمودار خط مقابل را رسم کنید.

$5x - 2y = 10$

۶۰ با استفاده از تعریف شیب خط بگویید خطهای مقابل دو به دو نسبت به هم چه وضعی دارند.

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

۶۱ تحقیق کنید آیا نقاط داده شده بر روی خطی که معادله آن آمده است قرار دارند یا نه؟

$2x - y = 3 \quad (1, -1) \text{ و } (2, 1) \text{ و } (3, 3)$

۶۲ نقاط رأس سهمی‌هایی را که معادله‌های آن‌ها داده شده است، مشخص کنید.

الف)  $y = x^2$       ب)  $y = x^2 - 4$   
پ)  $y = 2x^2 - 4x + 1$       ت)  $y = 2(x - 1)^2 + 1$

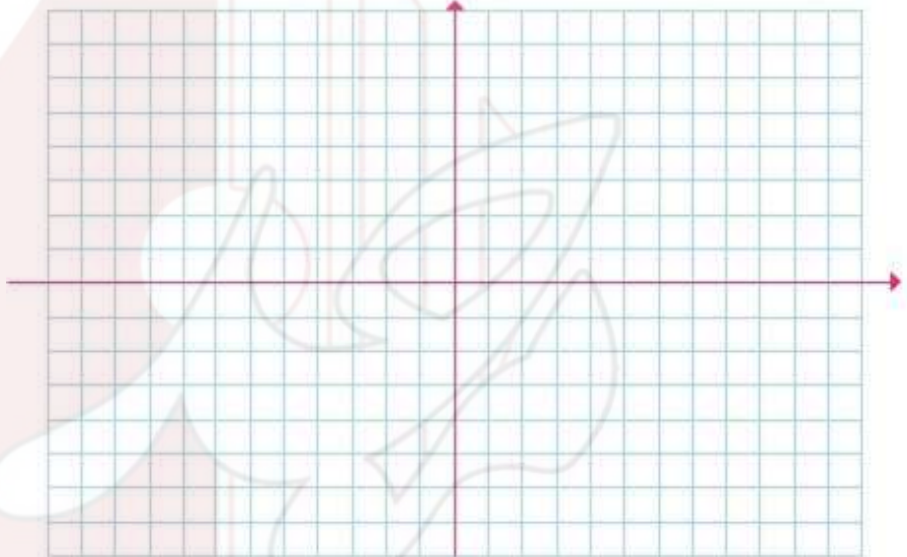
۶۳ اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد،  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری بیابید که سهمی محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ۱- قطع کند و از نقطه‌ی  $(3, 1)$  بگذرد.

۶۴ اگر  $y = ax^2 + bx + c$  باشند، مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری بیابید که سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲- و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی  $A(-1, 1)$  نیز بگذرد.

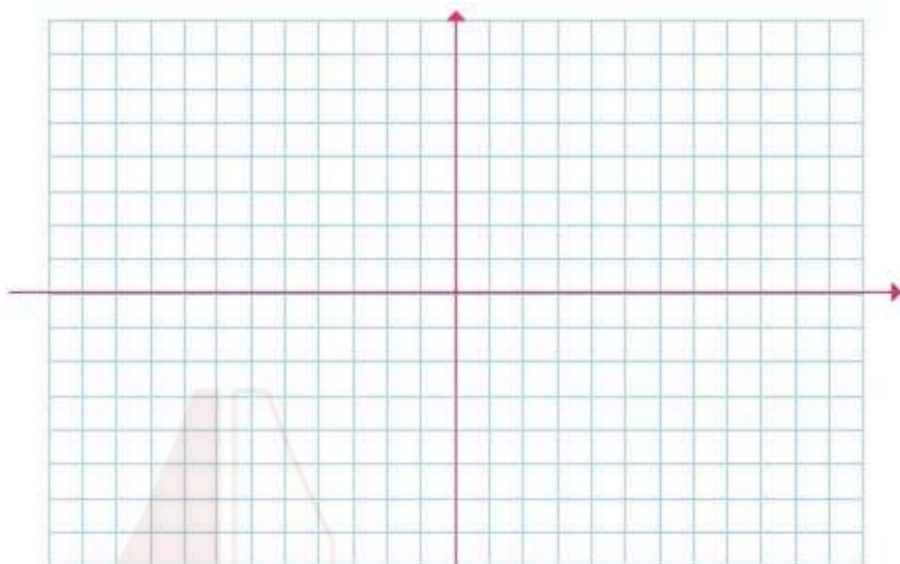
۶۵ اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد،  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری بیابید که سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی  $A(2, 3)$  نیز بگذرد.

۶۶ دو تابع  $y = x^2 + ax + b$  و  $y = x + 2b$  مفروضند  $a, b$  را طوری بیابید که نمودارهای این دو تابع روی محور  $x$ ها در نقطه‌ای بطول ۲ یکدیگر را قطع کنند.

۶۷ نمودار توابع درجه‌ی دوم  $y = -x^2 + 6x - 10$  و  $y = 2x^2 + 4x + 1$  را رسم کنید.



نمودار توابع  $y = -x^2 + 6x + 10$  و  $y = x^2 + 4x - 2$  را رسم کنید و در ادامه، مختصات برخورد این دو سهمی را مشخص کنید.



۶۹ در داده‌های زیر:

۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۵, ۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۹

(الف) میانه را به دست آورید.  
(ب) دامنه تغییرات را محاسبه کنید.  
(ج) مد را مشخص کنید.

۷۰ متغیرهای زیر را در چهار مقیاس کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی فاصله‌ای و کمی نسبتی دسته‌بندی کنید.  
(الف) وعده غذایی (ناهار یا شام)  
(ب) مقیاس ارزشیابی تحصیلی: ضعیف، متوسط، خوب  
(ج) دمای بدن ماهی  
(د) طول ماهی‌های قزل‌آلا در رودخانه هراز

۷۱ برای هریک از متغیرهای زیر یک مثال بزنید.  
(الف) کمی فاصله‌ای  
(ب) کمی نسبتی  
(ج) کیفی اسمی  
(د) کیفی ترتیبی

(د) کیفی ترتیبی

(ج) کیفی اسمی

(ب) کمی نسبتی

(الف) کمی فاصله‌ای

۷۲ نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید.  
(الف) رشته تحصیلی  
(ب) وزن دانش‌آموز  
(ج) درجه حرارت  
(د) رتبه کنکور

(د) رتبه کنکور

(ج) درجه حرارت

(ب) وزن دانش‌آموز

(الف) رشته تحصیلی

۷۳ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

(الف) اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر موردنظر ..... است.  
(ب) تعداد اعضای جامعه را ..... جامعه می‌نامیم.  
(پ) نمودار ..... بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم‌تر و کجا پراکنده‌ترند.

۷۴

داده‌های زیر مربوط به یک نماینده‌ی مجلس است. در هریک از سؤالات زیر، نوع داده‌ها را مشخص کنید.  
 الف) نام نماینده حسین ایرانی است.  
 ب) این نماینده ۵۸ سال سن دارد.  
 پ) سال‌هایی که این نماینده در مجلس انتخاب شده است، ۱۳۸۶، ۱۳۹۰ و ۱۳۹۴ است.  
 ت) مجموع حقوق این نماینده در سال گذشته ۰۰۰، ۰۰۰، ۶۰۰ ریال بوده است.  
 ث) این نماینده در حال بررسی لایحه‌ی پیشنهادی حفاظت از منابع آبی کشور است. گزینه‌های موردنظر، حمایت کامل، حمایت، بی‌طرف، مخالف و کاملاً مخالف است.  
 ج) وضعیت تأهل این نماینده: متأهل  
 چ) می‌گویند این نماینده در رأی‌گیری لایحه‌ی مرتبط با آموزش عمومی، هفتمین نفری است که از آن حمایت کرده است.

۷۵

کدامیک از نمونه‌گیری‌های زیر، یک نمونه‌گیری تصادفی است؟ در هریک جامعه و نمونه را مشخص کنید.  
 ا) با تمام پلیس‌های یک پاسگاه برای پیدا کردن نظر پلیس‌های این پاسگاه راجع به تخلفات مصاحبه شد.  
 ب) با بچه‌هایی که وارد یک پارک بازی می‌شدند پنج در میان مصاحبه شد تا وسیله‌ی بازی مورد علاقه‌ی کودکان را مورد بررسی قرار دهیم.  
 ج) برای بررسی pH شامپوهای تولیدی یک کارخانه، شامپوها را صد در میان مورد آزمایش قرار دادیم.

۷۶

کدامیک از متغیرهای زیر کمی و کدامیک کیفی هستند؟  
 الف) نوع تلفن مورد استفاده شهروندان (تلفن سیار و یا تلفن ثابت).  
 ب) جنسیت افراد یک شهر (زن، مرد).  
 پ) میزان تحصیلات افراد یک شهر (دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد، دکترا).  
 ت) وضع سواد (باسواد، بی سواد).  
 ث) وضعیت مسکن (صاحب مسکن، بدون مسکن ملکی).  
 ج) میزان اجاره پرداختی به وسیله‌ی شهروندان.  
 چ) میزان پرداخت مالیات سالانه ساختمان‌های مسکونی.  
 ح) میزان آلودگی هوا.  
 خ) میزان بارندگی در یک شهر در طول سال.

۷۷

چهار متغیر تصادفی نام ببرید و نوع هریک را از نظر کمی و کیفی بودن تعیین کنید.

۷۸

نمرات مربوط به دروس دانش‌آموزی همراه با واحد دروس مربوطه در جدول زیر آمده است. معدل این دانش‌آموز را محاسبه کنید.

نمرات دروس	۱۶	۱۳	۱۵	۱۷
واحد دروس	۴	۳	۲	۴

۷۹

داده‌های زیر، میزان حقوق ماهیانه (برحسب میلیون تومان) کارمندان یک شرکت خصوصی را نشان می‌دهد:  
 ۸، ۶، ۶، ۵، ۱۱، ۲۰، ۹، ۸، ۳۵، ۱۲، ۱۰  
 الف) دامنه تغییرات و میانه داده‌های بالا را به دست آورید.  
 ب) آیا میانه معیار گرایش به مرکز مناسبی برای توصیف این داده‌ها است؟ چرا؟

۸۰

با توجه به داده‌های زیر میانگین و میانه آن‌ها را به دست آورید.

۴ - ۳ - ۴ - ۲ - ۸ - ۳ - ۷ - ۵ - ۱ - ۳

۸۱

- ۱- میانگین داده‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ چه قدر است؟  
 ۲- اگر میانگین داده‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰،  $x$ ، ۱۰ برابر با ۳۰ شود مقدار  $x$  چه قدر است؟  
 ۳- میانگین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چه قدر است؟  
 ۴- میانگین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ چه قدر است؟  
 ۵- میانگین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ چه قدر است؟  
 ۶- میانگین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰ چه قدر است؟  
 ۷- آیا می‌توانید سه قاعده‌ی کلی از تمرین‌های قبل درباره‌ی خواص میانگین ذکر کنید؟

۸۲

در بسیاری از دانشگاه‌ها، نمرات برحسب  $F, D, C, B, A$  اعلام می‌شوند. در این سیستم نمره گذاری  $A$  دارای ضریب یا ارزش ۴،  $B$  دارای ضریب یا ارزش ۳ و  $C$  دارای ضریب یا ارزش ۲ و  $D$  دارای ضریب یا ارزش ۱ و  $F$  ضریب یا ارزش صفر دارد. جدول زیر دروس و تعداد واحدها و نمرات اکتساب شده توسط مریم را در دانشگاه نشان می‌دهد. معدل مریم را در این ترم حساب کنید.

نمره	تعداد واحد	درس
A	۳	ریاضیات
B	۳	فیزیک
C	۲	ورزش
B	۲	تاریخ
C	۳	ادبیات
A	۱	آزمایشگاه

۸۳

مجموع هفت عدد متوالی برابر ۱۴۷ است. اگر میانگین این اعداد از میانه کم شود، چه اتفاقی می‌افتد؟ (بدون محاسبه)

۸۴

در داده‌های زیر، چارک سوم، چارک اول و IQR را به دست آورید.

۳، ۶، ۱، ۲۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۶، ۳۵، ۳۰، ۲۱، ۲۵، ۲۷، ۸، ۳۷

۸۵

واریانس داده‌های ۱۹، ۱۱، ۱۶ و ۱۴ را به دست آورید.

۸۶

نمودار دایره‌ای مربوط به داده‌های جدول زیر را برحسب زاویه مرکزی رسم کنید. داده‌ها مربوط به وزن محصولات یک باغ برحسب تن است.

نوع محصول	سیب	هلو	زردآلو	گلابی
وزن	۶	۴	۱۶	۱۰

۸۷

برای جدول زیر نمودار میله‌ای رسم کنید.

گروه خونی	A	B	O	AB
فراوانی	۲۴	۱۸	۶	۱۲



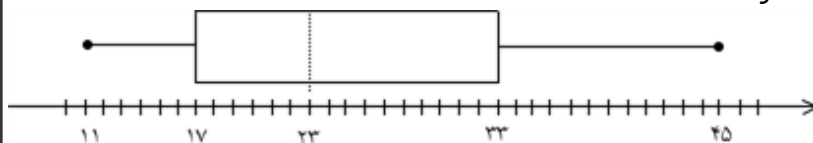
در نمودار جعبه‌ای زیر:

الف) چارک اول چقدر است؟

ب)  $Q_2$  چقدر است؟

پ) میانه را به دست آورید.

ت) چرا دنباله سمت چپ از دنباله سمت راست کوتاه‌تر است؟



برای داده‌های زیر نمودار نقطه‌ای رسم کنید.

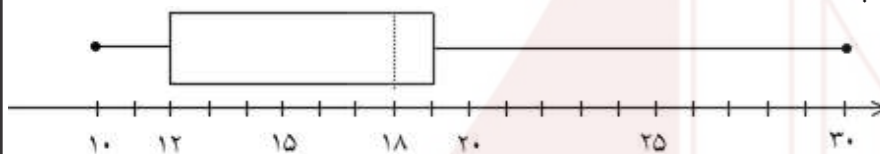
۳, ۴, ۵, ۶, ۶, ۹, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۷

در نمودار جعبه‌ای زیر:

الف) میانه چقدر است؟

ب) چند درصد داده‌ها داخل جعبه هستند؟

پ) چرا دنباله سمت راست از دنباله سمت چپ، بلندتر است؟



مربی گروه (تیم) بسکتبال شهر می‌خواهد براساس نتایج بازی‌های قبلی دو بازیکن، نسبت به حضور یکی از آن‌ها در بازی بعدی تصمیم بگیرد. امتیازهای کسب شده توسط این دو بازیکن به صورت زیر است.

۱۱ بازی بازیکن الف:

۳۰	۱۳	۱۱	۱۰	۷	۶	۳	امتیاز کسب شده
۱	۱	۱	۳	۲	۱	۲	تعداد بازی

۱۰ بازی بازیکن ب:

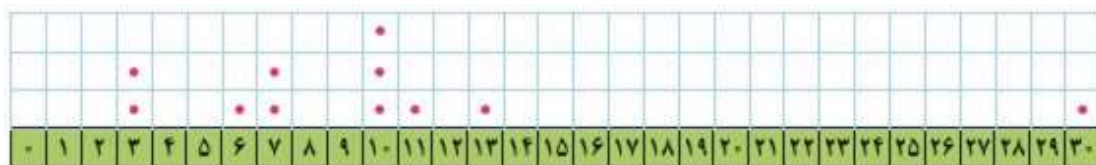
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	امتیاز کسب شده
۱	۱	۲	۲	۲	۱	۱	تعداد بازی

داده‌های مرتب شده را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

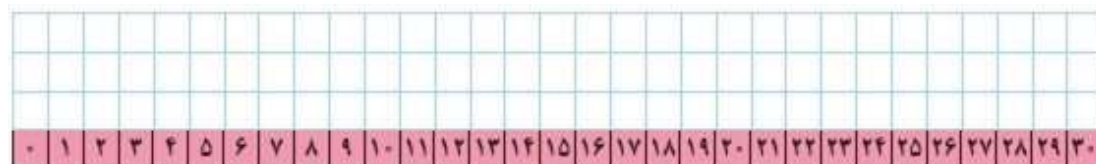
۳	۳	۶	۷	۷	۱۰	۱۰	۱۰	۱۱	۱۳	۳۰	بازیکن الف
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	------------

۷	۸	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۱	۱۲	۱۳	بازیکن ب
---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----------

اگر هر یک از اعداد را به صورت نقطه‌ای بالای یک محور علامت بزنیم، به نمودار حاصل، نمودار نقطه‌ای داده‌ها می‌گویند. نمودار نقطه‌ای امتیازهای بازیکن الف را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.



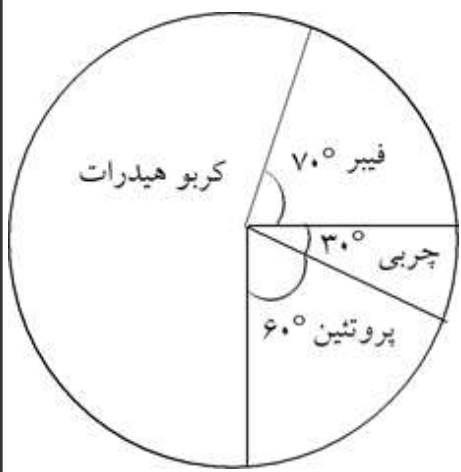
نمودار نقطه‌ای داده‌ها را برای بازیکن ب بر روی محور نمایش دهید.





۹۲

نمودار دایره‌ای زیر سهم وزنی ترکیبات تشکیل دهنده یک بسته غذای کنسرو شده را نشان می‌دهد.  
 الف - چه کسری از این ترکیبات: چربی است؟ کربوهیدرات است؟  
 ب - چند گرم پروتئین در یک بسته ۳۶ گرمی از این محصول وجود دارد؟



۹۳

با توجه به جدول زیر نمودار راداری را رسم کنید.

متغیرها	عملکرد بازیکن A	بیشینه
تکل موفق	۴	۴
حفظ توپ	۶	۱۰
پاس گل	۲	۲۰
گل زده	۳۰	۵۰

۹۴

در جدول زیر تعداد دختران و پسران دانشجو را در سه کلاس A و B و C مشخص کرده‌ایم. نمودار پراکنش نگاشت را رسم کنید.

کلاس	تعداد دختران	تعداد پسران
A	۸۰	۱۰۰
B	۲۰	۱۵۰
C	۱۲۰	۲۰۰

۹۵

برای داده‌های زیر موارد خواسته شده را محاسبه کنید.

۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۵, ۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۹

(ت) دامنه میان چارکی

(پ)  $Q_1$

(ب)  $Q_3$

الف) دامنه تغییرات

۹۶

پاسخ سؤالات زیر را بنویسید.  
 الف) نمودار حبابی برای نمایش چند متغیر عددی به کار می‌رود؟  
 ب) زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری چه چیزی را نشان می‌دهد؟  
 ج) کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟

۹۷

اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری، ۴۰ درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

۹۸ نمودار راداری چه چیزی به ما می‌گوید؟

۹۹ زاویه‌ی بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری، چه چیزی را نشان می‌دهد؟

۱۰۰ داده‌های زیر را که مربوط به شاخص‌های سلامت است، در قالب یک نمودار راداری نمایش دهید:

متغیر		ایران	پاکستان	ترکیه	بیشینه
$X_1$	عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	۷۵/۵	۶۶/۴	۷۵/۸	۸۴
$X_2$	نسبت متخصصان سلامت (به ازای هر ۱۰ هزار نفر جمعیت)	۲۳/۰	۱۴/۰	۴۱/۱	۲۴۵
$X_3$	نسبت ولادت‌ها به وسیله‌ی متخصصان سلامت (درصد)	۹۶	۵۲	۹۷	۱۰۰
$X_4$	نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه‌ی فاضلاب	۹۰	۶۴	۹۵	۱۰۰
$X_5$	شاخص آمادگی اجرای مقررات بین‌المللی سلامت	۸۵	۴۳	۷۸	۱۰۰

۱

$$\begin{aligned}
 1) \quad & x^2 + 3x - 4 = 0 \\
 & -4 \otimes + 1 = -4 \checkmark \\
 & -4 \oplus + 1 = -3 \\
 & +4 \otimes - 1 = -4 \checkmark \\
 & +4 \oplus - 1 = +3 \checkmark \\
 & +2 \otimes - 2 = -4 \checkmark \\
 & +2 \oplus - 2 = 0
 \end{aligned}$$

از اتحاد یک جمله‌ی مشترک، تساوی را تجزیه کنید:

$$\Rightarrow (x - 1)(x + 4) = 0 \Rightarrow (x - 1) = 0 \text{ یا } (x + 4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -4$$

$$2) \quad 4x^2 - (2 - x)^2 = 0$$

با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت جبری سمت چپ تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$(2x - (2 - x))(2x + (2 - x)) = 0 \Rightarrow (3x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ یا } x = -2$$

۲

$$\begin{aligned}
 \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 &= 4x^2 + 2x + \frac{1}{4} \\
 (2 + 3xy)^2 &= 4 + 12xy + 9x^2y^2 \\
 (x - 2y)(x + 2y) &= x^2 - 4y^2 \\
 x^2 - 8x + 12 &= (x - 6)(x - 2) \\
 \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= x^2 - 3x + \frac{9}{4}
 \end{aligned}$$

الف) اتحاد مربع دو جمله‌ای

ب) اتحاد مربع دو جمله‌ای

پ) اتحاد مزدوج

ت) اتحاد جمله‌ی مشترک

ث) اتحاد مربع دو جمله‌ای

۳

$$\text{الف)} \quad (x)^2 + 3(x)^2(-2) + 3(x)(-2)^2 + (-2)^2 = x^2 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$\text{ب)} \quad (3x)^2 + 3(3x)^2(y) + 3(3x)(y)^2 + (y)^2 = 27x^2 + 27x^2y + 9xy^2 + y^2$$

۴

$$1) \quad (x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2) = x^3 - 125y^3$$

$$2) \quad \left(\frac{2x}{3} - 5y\right) \left(\frac{4x^2}{9} + \frac{10}{3}xy + 25y^2\right) = \frac{8x^3}{27} - 125y^3$$

$$3) \quad (10x - \sqrt{3})(100x^2 + 10\sqrt{3}x + \sqrt{9}) = 1000x^3 - 3$$

$$4) \quad (\sqrt{5} - \sqrt{3})(5 + \underbrace{\sqrt{1125}}_* + \sqrt{9}) = \sqrt{125} - 3$$

$$* \text{ ۴ قسمت } \Rightarrow \sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{125} \times \sqrt{9} = \sqrt{1125}$$

طبق اتحاد تفاضل مکعبات.

۵

$$\left(3ax - \frac{1}{2}\right) \left(9a^2x^2 + \frac{3}{2}ax + \frac{1}{4}\right) = (3ax)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 27a^3x^3 - \frac{1}{8}$$

$$(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) = (2x)^3 + y^3 = 8x^3 + y^3$$

طبق اتحاد مجموع مکعبات دو جمله.

۶

۷

$$۱) (۲a - ۳b)(۴a^۲ + ۶ab + ۹b^۲) = ۸a^۳ - ۲۷b^۳$$

$$۲) (۳x - ۵y)(۹x^۲ + ۱۵xy + ۲۵y^۲) = ۲۷x^۳ - ۱۲۵y^۳$$

$$۳) (۱۰x + ۲)(۱۰۰x^۲ - ۲۰x + ۴) = ۱۰۰۰x^۳ + ۸$$

$$۴) (\sqrt[۳]{۲} - \sqrt[۳]{۳})(\sqrt[۳]{۲} + \sqrt[۳]{۱۸} + ۳) = \sqrt[۳]{۸} - \sqrt[۳]{۲۷}$$

۸

$$A = \frac{(x^۲ - ۱)(\cancel{x^۲ + x^۲ + ۱})}{(\cancel{x^۲ + x^۲ + ۱})(x - ۱)} = \frac{(x - ۱)(x + ۱)}{(x - ۱)} = x + ۱$$

۹

$$D_h = x^۲ - ۲x = 0 \Rightarrow x(x - ۲) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow D_h = R - \{0, 2\}$$

۱۰

$$D_h : x^۲ - ۳x - ۴ = 0 \Rightarrow (x - ۴)(x + ۱) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow D_f = R - \{-1, 4\}$$

۱۱

$$D_f : \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = R - \{0, 1\}$$

۱۲

$$D_h : x - ۳ = 0 \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow D_h = (-\infty, ۳) \cup (۳, +\infty)$$

۱۳

$$۱) الف) ۲x^۲ - ۸ \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm ۲ \Rightarrow D_f = R - \{-۲, ۲\}$$

$$۹ - x^۲ \geq 0 \Rightarrow x^۲ \leq ۹ \Rightarrow -۳ \leq x \leq ۳$$
  
ب) }  
یا  
$$D_g = [-۳, ۳]$$

۱۴

x سن کیان، x + ۳ سن نیما

یا

x - ۳ سن کیان، x سن نیما

$$x \times (x - ۳) = ۴۰$$

اگر سن نیما برابر x باشد، طبق فرض مسئله، سن کیان برابر x - ۳ است. بنابراین:

(آ) یک جواب x = ۸ و یک جواب x = -۵ از درجه ۲

ب) این معادله ۲ جواب دارد - بله، صدق می‌کند - خیر، x = -۵ غیرقابل قبول است، چون سن نمی‌تواند عدد منفی باشد. پس: x = ۸ سن نیما

$$x - ۳ = ۸ - ۳ = ۵ \text{ سن پسرعموی نیما}$$

۱۵

اولین عدد را x فرض می‌کنیم.

$$x + (x + ۱) + (x + ۲) + (x + ۳) + (x + ۴) = ۷۰ \Rightarrow ۵x + ۱۰ = ۷۰ \Rightarrow ۵x = ۶۰ \Rightarrow x = ۱۲$$

۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶

بنابراین پنج عدد متوالی عبارتند از:

$$\text{طول مستطیل} = x$$

$$\text{عرض مستطیل} = y$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ 2(x + y) = 36 \Rightarrow 2(2y + y) = 36 \Rightarrow 6y = 36 \Rightarrow y = 6 \rightarrow x = 2y \Rightarrow x = 12 \end{cases}$$

$$60 \times \left( \frac{x-1}{4} + \frac{x+1}{3} = \frac{x+2}{5} \right) \Rightarrow 15x - 15 + 20x + 20 = 12x + 24$$

$$\Rightarrow 35x - 12x = 24 - 5 \Rightarrow 23x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{23}$$

$$\cancel{x} + 2x - 4 = \cancel{x} + x + 5 \Rightarrow \text{معادله درجه اول است} \Rightarrow 2x - x = 5 + 4 \Rightarrow x = 9$$

تعداد کبوتران را  $x$  فرض می‌کنیم.

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \Rightarrow \frac{4x + 4x + 2x + x}{4} = 100 - 1 \Rightarrow \frac{11x}{4} = 99 \Rightarrow 11x = 4 \times 99$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 99}{11} \Rightarrow x = 36$$

$$x(x+1) = x(x-1) \Rightarrow x^2 + x = x^2 - x \Rightarrow x = -x \Rightarrow x + x = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 3x^2 + 6x \Rightarrow \cancel{3x^2} + 5x + 2 - \cancel{3x^2} - 6x = 0 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2$$

عرض  $\times$  طول = مساحت مستطیل

$$\text{مساحت مستطیل} = (3x+2)(x+1) = 3x^2 + 3x + 2x + 2 = 3x^2 + 5x + 2$$

$$\text{طول مستطیل} = 3x + 2 \Rightarrow 3 \times 2 + 2 = 8$$

$$\text{عرض مستطیل} = x + 1 \Rightarrow 2 + 1 = 3$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}(3x+6)\left(\frac{2}{x}\right) = 3x^2 + 6x$$

۱)  $x^2 - x = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(0) = 1 \Rightarrow$  معادله ریشه دارد  $\Rightarrow x = \frac{1 \pm 1}{2} \Rightarrow x = 0, x = 1$

۲)  $2x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4(2)(-1) = 9 > 0$ . معادله ۲ ریشه دارد.

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \times 2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$  یا  $x = -1$

۳)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4(4)(1) = 0$ . معادله ریشه مضاعف دارد.

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$

۴)  $x^2 + 17x - 18 = 0$

$\Delta = (17)^2 - 4(1)(-18) = 361 > 0$ . معادله ۲ ریشه دارد.

$x = \frac{-17 \pm \sqrt{361}}{2 \times 1} \Rightarrow x = 1$  یا  $x = -18$

۵)  $3x^2 - x + 4 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4(3)(+4) = -47 < 0$  معادله ریشه ندارد

۶)  $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$

$\Delta = (\sqrt{3})^2 - 4(+1)(-1) = 7$

$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2 \times 1} \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$  یا  $x = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}$

الف)  $x^2 - 5x + 6 = 0$   $\xrightarrow{\text{اضافه کردن قرینه ی عدد ثابت به طرفین ۶}}$   $x^2 - 5x + \cancel{6} - \cancel{6} = 0 - 6$

$$x^2 - 2\left(\frac{5}{2}x\right) = -6 \Rightarrow x^2 - 2\left(\frac{5}{2}x\right) + \frac{25}{4} = \frac{-6 \times 4}{1 \times 4} + \frac{25}{4}$$

$\downarrow$   
 $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$  به طرفین اضافه

جذر  $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x - \frac{5}{2} = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$

ب)  $9x^2 + 3x - 2 = 0$   $\xrightarrow{\text{اضافه کردن قرینه ی عدد ثابت - به طرفین ۲}}$   $\cancel{x^2} + \frac{3x}{3} - 2 + 2 = 0 + 2$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{3}x = 2$

$$x^2 + 2\left(\frac{1}{6}x\right) = 2 \Rightarrow x^2 + 2\left(\frac{1}{6}x\right) + \frac{1}{36} = \frac{2 \times 36}{1 \times 36} + \frac{1}{36}$$

$\downarrow$   
 $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$  به طرفین اضافه

جذر  $\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{73}{36} \rightarrow x + \frac{1}{6} = \pm \frac{\sqrt{73}}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{6} + \frac{\sqrt{73}}{6} = \frac{-1 + \sqrt{73}}{6} \\ x = \frac{-1}{6} - \frac{\sqrt{73}}{6} = \frac{-1 - \sqrt{73}}{6} \end{cases}$

پ)  $x^2 + \frac{1}{4} = -x \Rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x^2 + 1x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0 - \frac{1}{4}$

$$x^2 + 2\left(\frac{1}{4}x\right) = \frac{-1}{4} \Rightarrow x^2 + 2\left(\frac{1}{4}x\right) + \frac{1}{4} = \frac{-1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$\downarrow$   
 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$  به طرفین اضافه

جذر  $\rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

البته  $\rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$  یا  $x = -\frac{1}{2}$  ریشه مضاعف دارد.

ت)  $x^2 + 6x + 9 - 9 = 0 - 9 \Rightarrow x^2 + 6x = -9 \Rightarrow x^2 + 2\left(\frac{6}{2}x\right) = -9$

$\downarrow$   
 $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$  به طرفین اضافه

$$x^2 + 2\left(\frac{6}{2}x\right) + 9 = -9 + 9$$

جذر  $(x + 3)^2 = 0 \rightarrow (x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3$



ستون اول	ستون دوم	ستون سوم
اتحاد مربع تفاضل دو جمله	$x^2 + 6x = 0$	$x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x+6) = 0$ $\Rightarrow x = 0$ یا $x = -6$ پس معادله دو ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد.
عامل یابی (فاکتورگیری)	$x^2 + 6x + 9 = 0$	$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 = 0 \Rightarrow$ $(x+3)(x+3) = 0 \Rightarrow x = -3$ یا $x = -3$
اتحاد جمله مشترک	$x^2 - 16 = 0$	روش ۱: $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+4) = 0$ $\Rightarrow x = +4$ یا $x = -4$ روش ۲: $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 4$
اتحاد مربع مجموع دو جمله	$x^2 + 5x + 6 = 0$	$x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2) = 0$ $\Rightarrow x = -3$ یا $x = -2$
اتحاد مزدوج و روش ریشه‌گیری	$x^2 - 10x + 25 = 0$	$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2 = 0$ $(x-5)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5$ یا $x = 5$ ریشه مضاعف

الف) فاکتورگیری

ب) هرگاه بتوان سمت چپ تساوی را به شکل  $a^2 \pm 2ab + b^2$  نوشت

$$\begin{array}{c}
 2(x)(\sqrt{2}) \\
 \uparrow \\
 x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 \\
 \downarrow \qquad \downarrow \\
 (x)^2 \qquad (\sqrt{2})^2
 \end{array}$$

پ) بله - باید مختلف‌العلامت باشند.

ت) اتحاد مربع دو جمله‌ای

۲-  $x^2 + 9 = 0, -x^2 - 5 = 0$

$a =$  طول ضلع مکعب

حجم = محیط یک وجه =  $a^2 \Rightarrow a^2 = 4a \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow a(a^2 - 4) = 0 \Rightarrow a(a+2)(a-2) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \times \\ a = -2 & \times \\ a = 2 & \checkmark \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + x^2 = (x+6)^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 + x^2 = x^2 + 12x + 36 \Rightarrow x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{2} = \frac{6 \pm 12}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 9 & \checkmark \\ x_2 = -3 & \times \text{ غير قابل قبول} \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(27) = 36 - 108 = -72$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{-72}}{2} = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}i}{2} \Rightarrow x_1 = 3 + 3\sqrt{2}i, x_2 = 3 - 3\sqrt{2}i$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 25 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = -16 \Rightarrow \text{معادله ریشه حقیقی ندارد} \Rightarrow \text{غير ممكن}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \text{مجموعه جواب} = \{-1, 4\}$$

$$-(2x-1)^2 + 2(x+2)^2 = 6 \Rightarrow -(4x^2 - 4x + 1) + 2(x^2 + 4x + 4) = 6$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 4x - 1 + 2x^2 + 8x + 8 - 6 = 0 \Rightarrow -2x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow \text{معادله درجه دوم است}$$

$$t = -3 \Rightarrow \frac{4 - (-3)}{2 - 2(-3)} = \frac{2(-3)^2 + k}{((-3)^2 + 1) - 6 \cdot 8} \Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27 + k}{32} \Rightarrow \frac{(27 + k) \times 1}{32 \times 1} - \frac{7 \times 4}{8 \times 4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{27 + k - 28}{32} = 0 \Rightarrow k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2h(h+2) + (h-4)(h-1) - 4}{(h-1)(2h)} = 0 \Rightarrow 2h^2 + 4h + h^2 - 5h + 4 - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$3h^2 - h = 0 \Rightarrow h(3h-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} h=0 & \text{غ ق ق} \\ 3h-1=0 \Rightarrow h=\frac{1}{3} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{4(x+1) - 4(x-1) - (x-1)(x+1)}{4(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow \cancel{4x} + 4 - \cancel{4x} + 4 - x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 9 - x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$(2, x+y) = (2, 4) \Rightarrow x+y=4$$

$$(5, 2) = (5, x-y) \Rightarrow x-y=2$$

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2} \Rightarrow x=3$$

$$3+y=4 \Rightarrow y=4-3 \Rightarrow y=1$$

$$x^2 + y^2 = (3)^2 + (1)^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۳۵ الف) تابع است از هر عضو یک پیکان خارج شده است.

ب) تابع نیست از عدد ۲ دو پیکان خارج شده است.

پ) تابع نیست زیرا دو زوج مرتب متمایز دارای مولفه‌ی اول برابر هستند.

$$f = \left\{ (2, 1), \overline{(3, 2)}, \overline{(2, 2)}, \overline{(3, 4)}, (5, 1) \right\}$$

ت) تابع است زیرا به هر شخص یک شماره‌ی ملی نسبت داده می‌شود.

۳۶ باید 'd' یا 'd' حذف شود تا نمودار پیکانی نمودار یک تابع شود.

نکته: اگر 'c' حذف شود به هیچ عضو وصل نمی‌شود و باز هم نمودار یک تابع نخواهد بود.

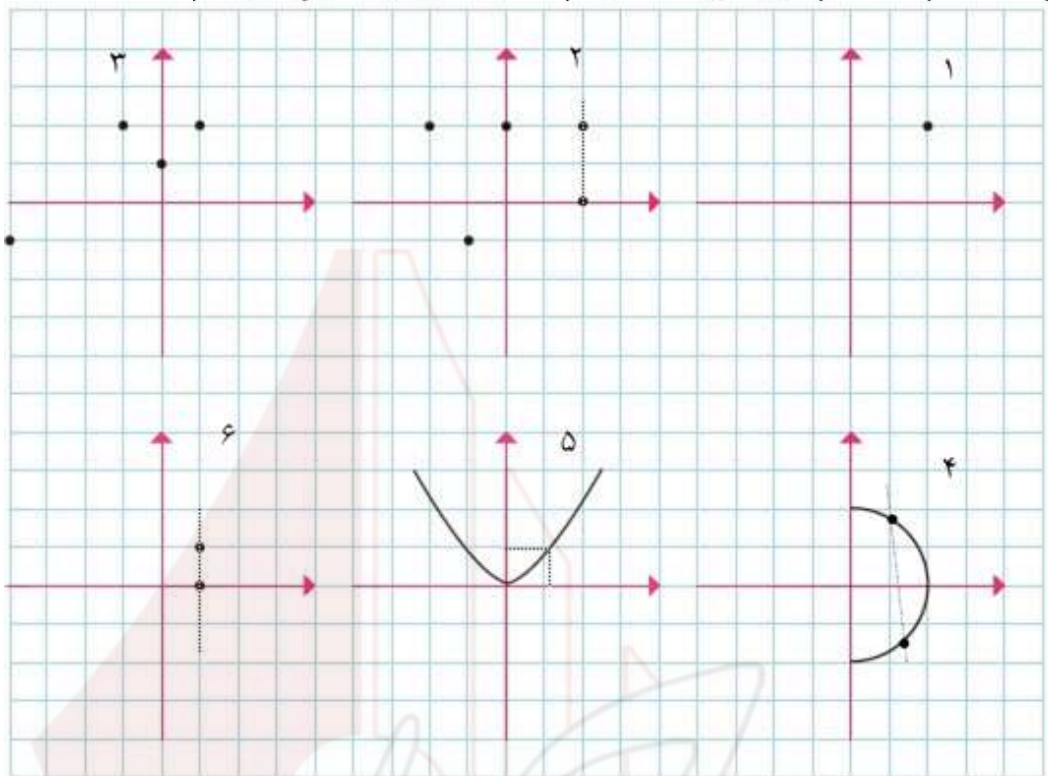


نمایش پیکانی	نمایش مختصاتی

نمایش زوج مرتبی	توصیفی	جدولی						
<p>۹</p> $f = \{(2, 3), (3, 4)\}$	<p>f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه‌ی A</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	۲	۳	۳	۴
x	y							
۲	۳							
۳	۴							

$(4, 5), (5, 6)$	یک واحد بیشتر از آنرا نسبت می‌دهد.	۴	۵
	الف) تابع نیست. یک شهر ممکن است چند سوغاتی داشته باشد.	۵	۶
	ب) تابع است. هر فرد یک روز تولد دارد.	۶	۵
	پ) تابع نیست. چون ممکن است یک شهر چند نماینده داشته باشد.	۶	۵
	ت) تابع است. زیرا هر مسلمان یک قبله دارد.	۶	۵
	f رابطه‌ای است که به	۱	۱

۳۸



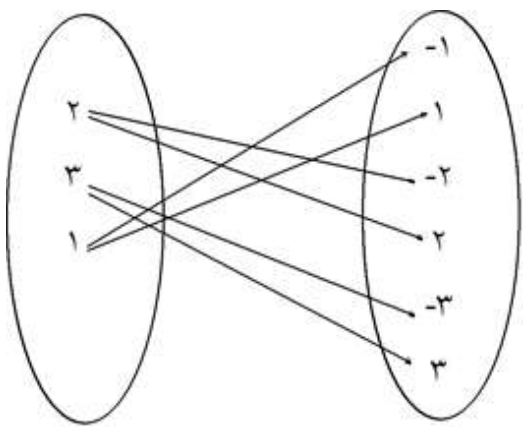
۳۹

نمودار ۱: تابع است. چون یک  $x$  به یک  $y$  نسبت داده شده و استقبال (رضا) هر عضو مجموعه‌ی  $A$  و نمودار ۲: تابع نیست. چون یک  $x$  به دو  $y$  نسبت داده شده است (البال، آرش) و زرس‌های مورد علاقه نمودار ۳: تابع است. چون هر  $x$  به یک  $y$  نسبت داده شده است (تیراندازی، علی) نمودار ۴: تابع نیست. چون یک  $x$  به دو  $y$  نسبت داده شده است. نمودار ۵: تابع است. چون هر  $x$  به یک  $y$  نسبت داده شده است. نمودار ۶: تابع نیست. چون یک  $x$  به دو  $y$  نسبت داده شده است.

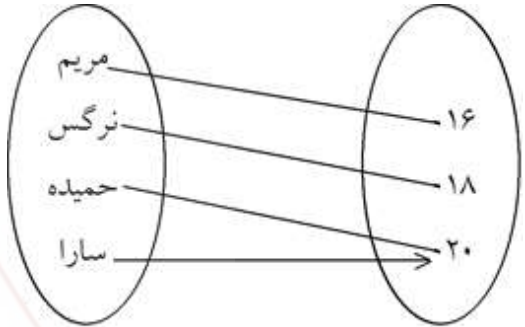
- الف)  $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$  تابع است.
- ب)  $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$  تابع نیست.
- پ)  $H = \{(2, 3)\}$  تابع است.
- ت)  $I = \{(3, 3)\}$  تابع است.
- ث)  $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$  تابع نیست.

$f = \{(رضا, 50), (امیر, 60), (قاسم, 40), (حمید, 70)\}$	$x$	$y$
	رضا	۵۰
	امیر	۶۰
	حمید	۷۰
	قاسم	۴۰

۴۰

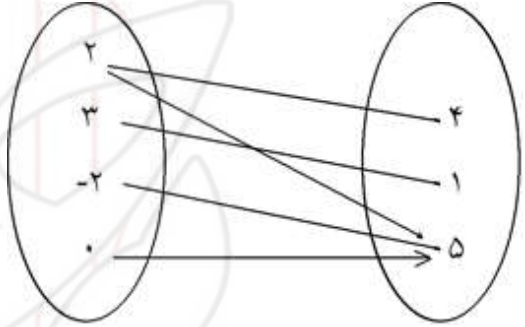


تابع نیست زیرا به هر عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه‌ی دوم نسبت داده شده است.

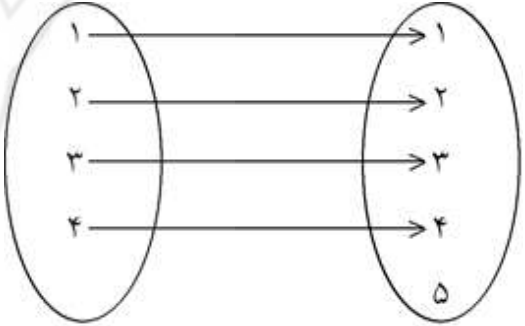


نمرات درس فیزیک      دانش‌آموزان

تابع است زیرا به هر فرد یک نمره نسبت داده شده است.



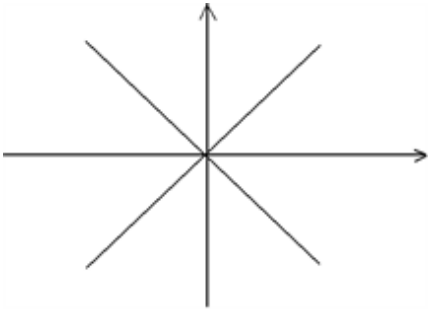
تابع نیست زیرا به یک عضو از مجموعه اول دو عضو از مجموعه‌ی دوم نسبت داده شده است.



تابع است زیرا به هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک عضو از مجموع دوم نسبت داده شده است.

بله - زیرا دو  $x$  برابر در زوج مرتب‌های متمایز نداریم.

۴۳ خیر - زیرا به طور مثال دو زوج مرتب  $(۴, ۴)$  و  $(۴, -۴)$  که دارای  $x$  های برابرند در رابطه صدق می‌کنند. البته نمودار رابطه نیز نشان می‌دهد که تابع نیست.



۴۴ اگر خطوط موازی محور  $y$  ها را رسم کنیم آن‌گاه متوجه می‌شویم در نمودارهای (۱) و (۴) خطی وجود دارد که منحنی را بیش از یکبار قطع می‌کنند پس تابع نیستند، یعنی فقط (۲) و (۳) تابع‌اند.

۴۵  $f$  تابع نیست، چون در دو زوج مرتب  $(۱, ۲)$ ،  $(۱, ۳)$ ،  $x$  ها برابرند ولی  $g$  و  $h$  تابع‌اند چون هیچ دو زوج مرتب با  $x$  های برابر ندارند.

۴۶ گزینه پ درست است.

$$f(۳) = ۲(۳)^۳ - ۴ = ۲(۲۷) - ۴ = ۵۴ - ۴ = ۵۰$$



$$\text{الف) } f(\cdot) = \cdot^2 + \cdot + 1 = 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$f(1) = (1)^2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$f(2) = (2)^2 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$f(-2) = (-2)^2 + (-2) + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$$

$$B = \{1, 3, 7\}$$

$$\text{ب) } B = \left\{ 3, 2, \cdot, \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$f(2) = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$f(1) = \frac{1 + 1}{1} = 2$$

$$f(-1) = \frac{-1 + 1}{-1} = \frac{\cdot}{-1} = \cdot$$

$$f(-2) = \frac{-2 + 1}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ج) } f(\cdot) = \sqrt{\cdot + 1} = 1$$

$$f(1) = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{2 + 1} = \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$$

$$f(4) = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$f(8) = \sqrt{8 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

$$B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, 3\}$$

$$\text{د) } f(\cdot) = \cdot$$

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 2$$

$$B = w = \{\cdot, 1, 2, \dots\}$$

$$\text{ه) } f(\cdot) = \cdot$$

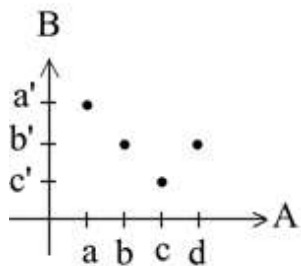
$$f(1) = \cdot$$

$$f(-100) = \cdot$$

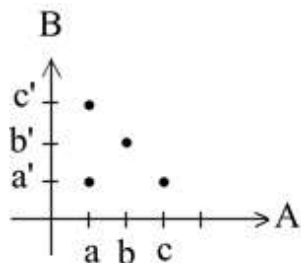
$$f(500) = \cdot$$

$$B = \{\cdot\}$$

الف) تابع است. چون از هر عضو A یک پیکان خارج شده است.

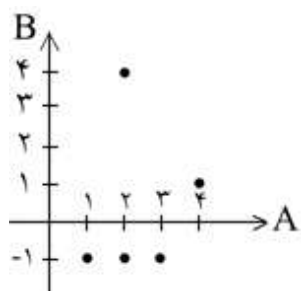


ب) تابع نیست. چون از یک عضو مجموعه A دو پیکان خارج شده است.

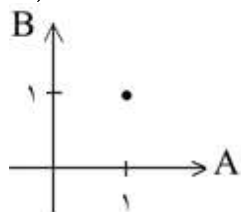


پ)  $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$

تابع نیست - دو زوج مرتب متمایز با مؤلفه‌ی اول برابر دارد.



ت)  $g = \{(1, 1)\}$



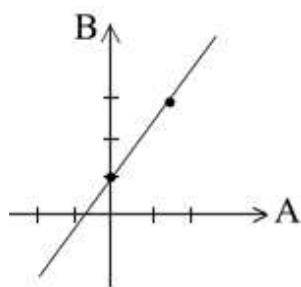
تابع است.

ث)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 1$

$f(0) = 2(0) + 1 = 1$

$f(1) = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$



ج)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x$

$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

تابع است. چون هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

$$f(1) = 5 \quad f(0) = 4 \quad f(-2) = 0$$

۴۹

$$\begin{cases} 1 = a + b + 1 \\ 1 = a - b + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = +\frac{1}{2} \end{cases}$$

۵۰

الف) تابع است چون هر خط موازی محور را نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.  $(m+1)x + my = 3$

۵۱

$$(1 + 3m)y = 5 - 3mx \Rightarrow \text{شیب} = \frac{-3m}{1 + 3m}$$

$$\frac{-(m+1)}{m} = \frac{-3m}{1+3m} \Rightarrow (m+1)(1+3m) = m(3m) \Rightarrow 3m^2 + 4m + 1 = 3m^2$$

$$\Rightarrow 4m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

ب) حاصل ضرب شیب‌های دو خط عمود بر هم مساوی  $-1$  می‌باشد بنابراین:

$$\frac{f(0) = 2, f(1) = 2}{m+1} \times \frac{-3m}{1+3m} = -1 \Rightarrow \frac{-3m-3}{1+3m} = 1 \Rightarrow -3m-3 = 1+3m \Rightarrow -6m = 4 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

$$m_d = \frac{5-0}{0-4} = -\frac{5}{4} \Rightarrow y - 0 = -\frac{5}{4}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x + 5$$

۵۲

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + 1 = -5(x + 2) \Rightarrow y = -5x - 16$$

۵۳

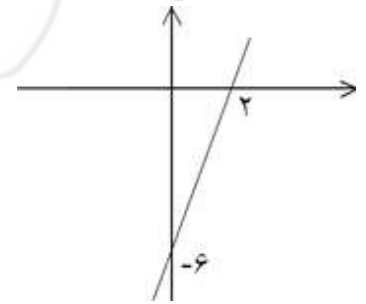
$\frac{0}{25}$   $\frac{0}{25}$   $\frac{0}{25}$

$$3x - y = 6 \Rightarrow (0, -6), (2, 0)$$

۵۴

$\frac{0}{25}$

رسم نمودار  $\frac{0}{25}$



$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-6)}{2 - 0} = 3$$

۵۵

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 2$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-5)}{2 - (-2)} = \frac{5}{4} \Rightarrow m = \frac{5}{4}$$

۵۶

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - 0 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 2$$

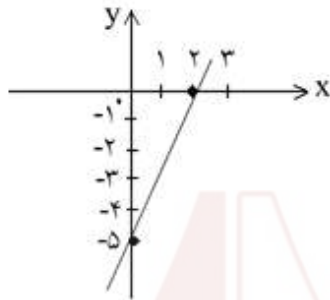
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - 3}{2 - (-2)} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = \frac{1}{2}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 + 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$y - y_D = m(x - x_D) \Rightarrow y - (-1) = \frac{1}{2}(x + 2) \Rightarrow y = -1$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 0 \rightarrow (2, 0)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -5 \rightarrow (0, -5)$$



$$x + 2y = 0 \Rightarrow m = \frac{-1}{2}$$

$\Rightarrow m \cdot m' = -1 \Rightarrow$  دو خط بر هم عمود هستند

$$2x - y = 0 \Rightarrow m' = \frac{-2}{-1} = 2$$

جاگذاری در معادله خط  $(1, -1) \rightarrow 2(1) - (-1) = 3 \Rightarrow 3 = 3 \rightarrow$  صدق می‌کند  $\rightarrow$  نقطه روی خط قرار دارد

جاگذاری در معادله خط  $(2, 1) \rightarrow 2(2) - (1) = 3 \Rightarrow 3 = 3 \rightarrow$  صدق می‌کند  $\rightarrow$  نقطه روی خط قرار دارد

جاگذاری در معادله خط  $(3, 3) \rightarrow 2(3) - (3) = 3 \Rightarrow 3 = 3 \rightarrow$  صدق می‌کند  $\rightarrow$  نقطه روی خط قرار دارد

الف)  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2(1)} \Rightarrow x = 0 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 0^2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$  راس  $(0, 0)$

ب)  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2(-1)} \Rightarrow x = 0 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 4 - 0^2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow$  راس  $(0, 4)$

پ)  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(2)} \Rightarrow x = 1 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 2(1)^2 - 4(1) + 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow$  راس  $(1, -1)$

ت) اول ساده کردن اتحاد مربع جمله ای ۲:  $y = 2(x^2 - 2x + 1) + 1 = 2x^2 - 4x + 2 + 1$

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(2)} \Rightarrow x = 1 \xrightarrow{\text{جایگزین}} y = 2(1)^2 - 4(1) + 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$  راس  $(1, 1)$

توجه: طول رأس، همان قرینه‌ی عدد داخل پرانتز دارای توان ۲ است.

عرض رأس، همان عدد بعد از پرانتز دارای توان ۲ است.

$(2, 0) \in$  سهمی  $\Rightarrow 0 = 4a + 2b + c \quad (0/25)$

$(0, -1) \in$  سهمی  $\Rightarrow -1 = c \quad (0/25) \quad \begin{cases} 9a + 3b = 2 \\ 4a + 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{6} \quad (0/25) \quad b = +\frac{1}{6} \quad (0/25)$

$(3, 1) \in$  سهمی  $\Rightarrow 1 = 9a + 3b - 1 \quad (0/25)$

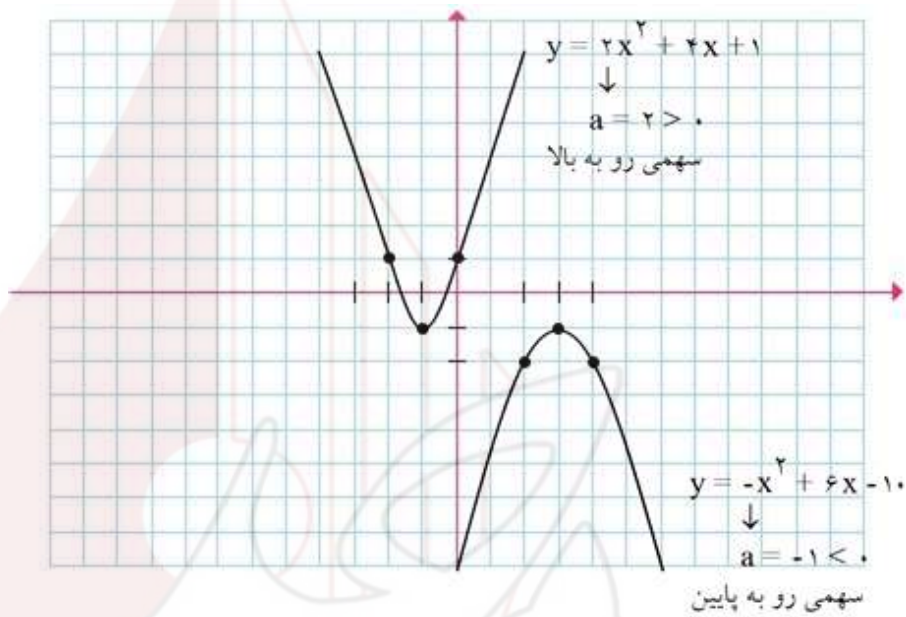
$(0, -2) \in \text{سهمی} \Rightarrow -2 = c \text{ (۰/۲۵)}$

$\begin{cases} (1, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = a + b - 2 \Rightarrow a + b = 2 \text{ (۰/۵)} \\ (-1, 1) \in \text{سهمی} \Rightarrow 1 = a - b - 2 \Rightarrow a - b = 3 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \text{ (۰/۲۵)}, b = \frac{-1}{2} \text{ (۰/۲۵)}$

$\begin{cases} f(0) = 3 \Rightarrow c = 3 \\ f(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -3 \\ f(2) = 3 \Rightarrow 4a + 2b + c = 3 \Rightarrow 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = +6 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = -6$

$0 = 2 + 2b \Rightarrow b = -1$

$0 = 4 + 2a + b \rightarrow 4 + 2a - 1 = 0 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$

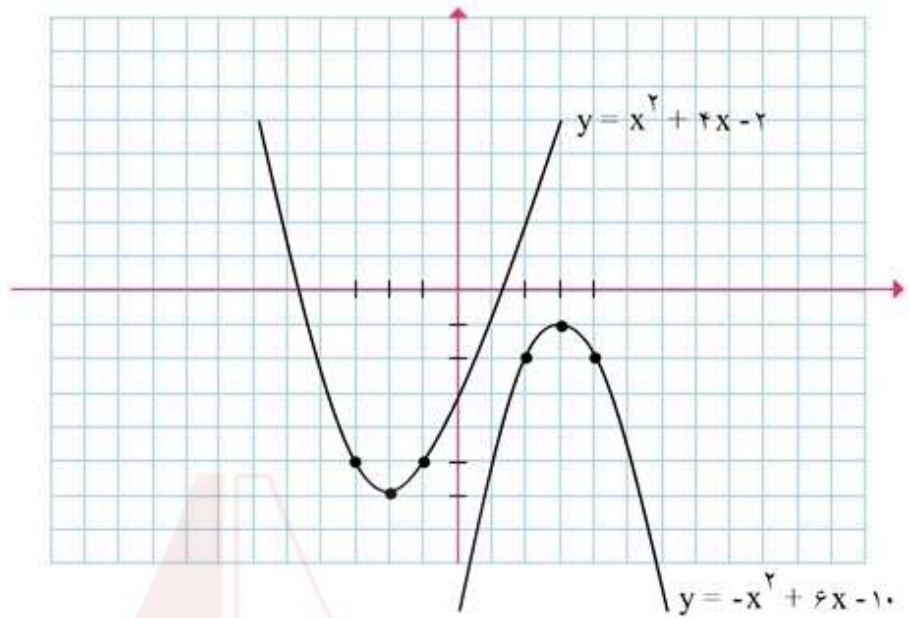


$y = -x^2 + 6x - 10 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$  طول رأس

		رأس			
x	...	2	3	4	...
y	...	-2	-1	-2	...

$y = 2x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1$  طول رأس

		رأس			
x	...	-2	-1	0	...
y	...	1	-1	1	...



$y = -x^2 + 6x - 10 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(1)} = 3$  طول رأس ۳

		رأس			
x	...	۲	۳	۴	...
y	...	-۲	-۱	-۲	...

$y = x^2 + 4x - 2 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} = -2$  طول رأس -۲

		رأس			
x	...	-۳	-۲	-۱	...
y	...	-۵	-۶	-۵	...

این دو سهمی نقطه برخورد ندارند (همدیگر را قطع نمی‌کنند).

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹

الف) چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسط میانه است.

ب) دامنه تغییرات  $\Rightarrow$  کوچکترین داده - بزرگترین داده = دامنه تغییرات  $19 - 4 = 15$

ج) مد: تکرار عدد ۱۲ بیشتر از سایر داده‌هاست.  $مد = 12$

۷۰ الف) کیفی اسمی (ب) کیفی ترتیبی (ج) کمی فاصله‌ای (د) کمی نسبتی

۷۱ الف) دمای بدن انسان (ب) سن افراد (ج) وضعیت تأهل افراد (د) مراحل

زندگی انسان  
و هر مثال قابل قبول در هر مورد.

۷۲ الف) کیفی اسمی (ب) کمی نسبتی (ج) کمی فاصله‌ای (د) کیفی ترتیبی

۷۳ الف) اندازه‌گیری یا سنجش

ب) اندازه

پ) جعبه‌ای

۷۴ الف) اسمی (کیفی)

ب) (کمی) نسبتی

پ) فاصله‌ای کمی

ت) نسبتی کمی

ث) کیفی ترتیبی

ج) اسمی کیفی

چ) کیفی ترتیبی

۷۵ ۱) نمونه‌گیری تصادفی نمی‌باشد، با همه‌ی پلیس‌ها صحبت شده است.

۲) تصادفی می‌باشد / جامعه: بچه‌هایی که در پارک بازی می‌کنند. نمونه: انتخاب ۵ در میان بچه‌ها

۳) تصادفی می‌باشد / جامعه: شامپوهای یک کارخانه. نمونه: تعدادی از شامپوها که صد در میان انتخاب شده‌اند.

۷۶ از «الف» تا «ث»: کیفی

از «ج» تا «خ»: کمی

۷۷ ۱ - معدل یک دانش‌آموز ← کمی

۲ - رنگ اتومبیل‌های موجود در یک پارکینگ ← کیفی

۳ - میزان اجاره پرداختی به صاحبخانه ← کمی

۴ - گروه خونی افراد ← کیفی

۷۸ باید از فرمول میانگین موزون استفاده کنیم.

$$\bar{x}_w = \frac{16 \times 4 + 13 \times 3 + 15 \times 2 + 17 \times 4}{4 + 3 + 2 + 4} = \frac{64 + 39 + 30 + 68}{13} = \frac{201}{13} = 15/46$$

۷۹ الف) دامنه تغییرات:  $30 = 5 - 35$  ، میانه: ۹

ب) بله. زیرا در بین داده‌ها داده‌ی دور افتاده وجود دارد.

۱ - ۲ - ۳ - ۳ - ۳ - ۴ - ۴ - ۵ - ۷ - ۸

۸۰ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{40}{10} = 4$$

میانه =  $3/5$  (ص ۳۴)

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 30 + 40 + 50}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

۸۱ ۳۰-۱

$$\frac{10 + x + 40}{3} = 30 \Rightarrow 50 + x = 90 \Rightarrow x = 40$$

۴۰-۲

۳-۳

۶-۴

۷-۵

۷۰-۶

۷- قاعده‌های میانگین } جمع داده‌ها با یک عدد ثابت  
ضرب داده‌ها در یک عدد ثابت



$$\bar{x} = \frac{3 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 1 \times 4}{14}$$

$$\bar{x} = \frac{12 + 9 + 4 + 6 + 4}{14} = \frac{41}{14} \approx 2.93$$

۸۲

چون هفت عدد متوالی هستند، میانگین و میانه عدد وسط می‌باشد، پس اختلاف آنها صفر است.

۸۳

مرتب کردن داده‌ها:

۸۴

۱, ۳, ۶, ۸, ۱۵, ۱۶, ۱۶, (۱۷), ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۳۰, ۳۵, ۳۷

میانه = ۱۷

$$Q_1 = \text{چارک اول} = ۸ \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 \Rightarrow IQR = ۲۷ - ۸ = ۱۹$$

$$Q_3 = \text{چارک سوم} = ۲۷$$

$$\bar{x} = \frac{۱۱ + ۱۴ + ۱۶ + ۱۹}{۴} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵$$

$$\delta^2 = \frac{۱^2 + ۱^2 + ۴^2 + ۴^2}{۴} = \frac{۳۴}{۴} = ۸.۵ \Rightarrow \text{واریانس} = ۸.۵$$

۸۵

$$\text{جمع فراوانی ها} = ۶ + ۴ + ۱۶ + ۱۰ = ۳۶$$

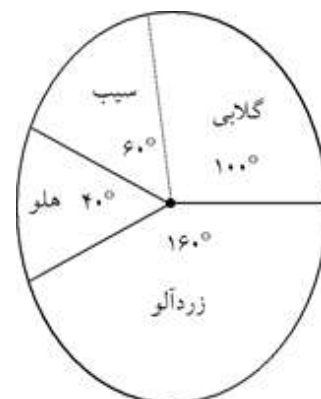
$$\text{زاویه سیب} : \frac{۶}{۳۶} \times ۳۶۰ = ۶۰^\circ$$

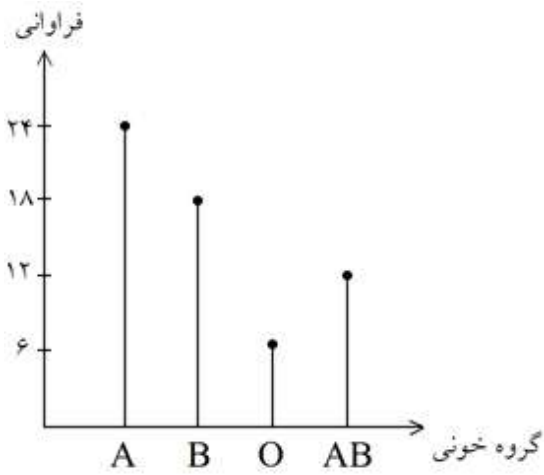
$$\text{زاویه هلو} : \frac{۴}{۳۶} \times ۳۶۰ = ۴۰^\circ$$

$$\text{زاویه زردآلو} : \frac{۱۶}{۳۶} \times ۳۶۰ = ۱۶۰^\circ$$

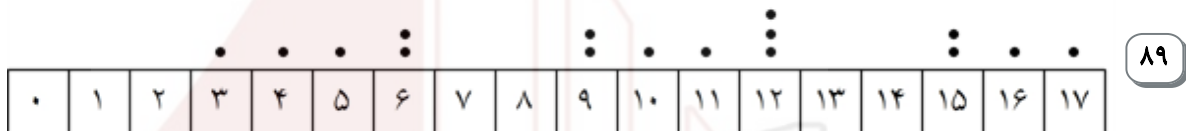
$$\text{زاویه گلابی} : \frac{۱۰}{۳۶} \times ۳۶۰ = ۱۰۰^\circ$$

۸۶

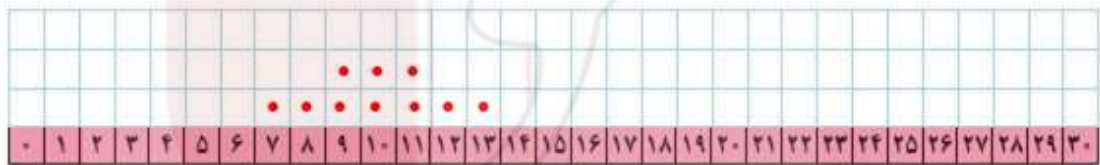
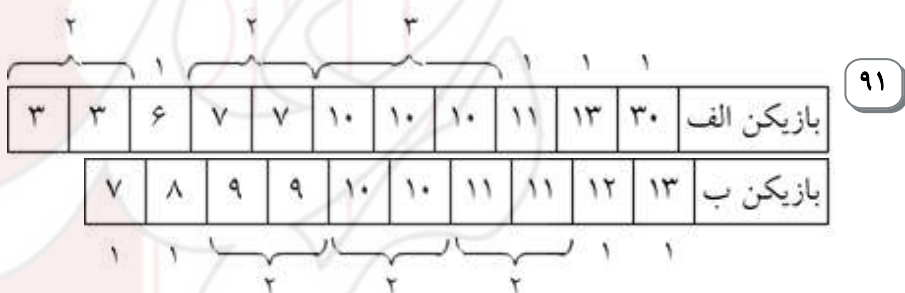




۸۸ الف) ۱۷ (ابتدای جعبه چارک اول است).  
 ب) ۳۳ (انتهای جعبه چارک سوم است).  
 پ) ۲۳ (میانۀ با نقطه‌چین درون جعبه مشخص می‌شود).  
 ت) زیرا داده‌ها در این قسمت متراکم‌تر هستند.



۹۰ الف) ۱۸ ب) ۵۰ درصد پ) زیرا داده‌ها پراکنده‌تر هستند.



$$\frac{30}{360} = \frac{1}{12} \text{ چربی}$$

$$360 - (70 + 30 + 60) = 200$$

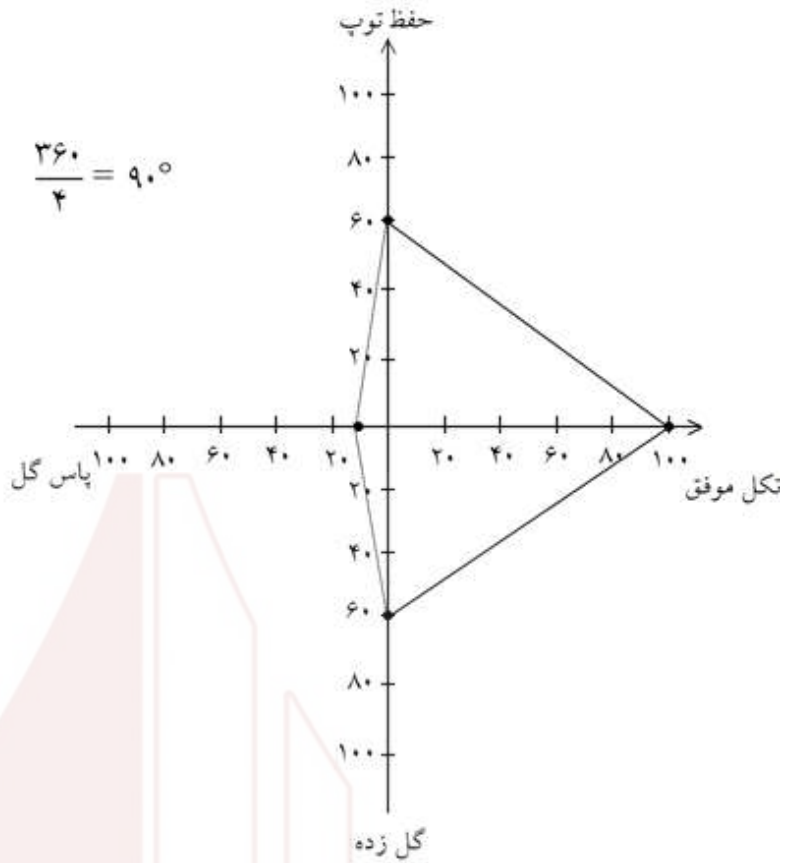
$$\frac{200}{360} = \frac{5}{9} \text{ کربوهیدرات}$$

$$\frac{60}{360} = \frac{1}{6} \text{ پروتئین}$$

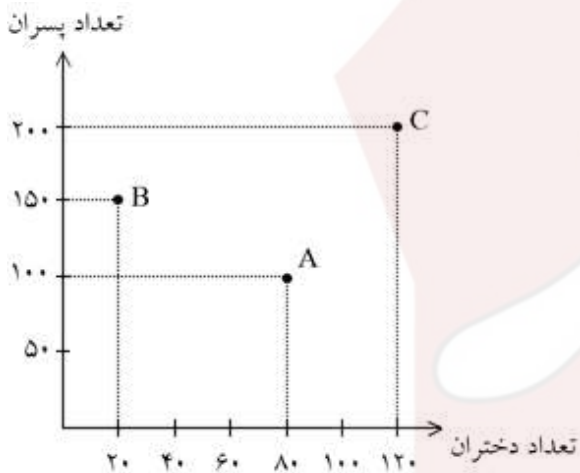
$$36 \times \frac{1}{6} = 6 \text{ گرم پروتئین}$$

عملکرد بازیکن A	متغیرها
$\frac{\text{بیشینه}}{\text{بیشینه}} \times 100$	
$\frac{4}{4} \times 100 = 100$	تکل موفق
$\frac{6}{10} \times 100 = 60$	حفظ توپ
$\frac{2}{20} \times 100 = 10$	پاس گل
$\frac{30}{50} \times 100 = 60$	گل زده

$$\frac{360}{4} = 90.0$$



۹۳



۹۴

۹۵ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹  
 $Q_1$                       میانه                       $Q_3$

الف) دامنه تغییرات  $R = 19 - 4 = 15$

ب)  $Q_3 = 15$

پ)  $Q_1 = 7$

ت) دامنه میان چارکی  $Q_3 - Q_1 = 8$

۹۶ الف) سه متغیر

ب) اطلاعات خاصی را بیان نمی‌کند.

ج) قدرت و ضعف بازیکنان نسبت به هم.

۹۸ کدام مشاهده‌ها شبیه یکدیگرند - آیا داده دوره افتاده وجود دارد - مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به متغیرهای دیگر بیش‌تر یا کم‌تر است. مقدار کدام متغیر نسبت به مشاهده‌های دیگر بیش‌تر یا کم‌تر است.

۹۹ وابسته به تعداد متغیرها است و مورد خاصی را نشان نمی‌دهد.

متغیر	ایران	پاکستان	ترکیه	بیشینه
X <sub>۱</sub> عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	۷۵/۵	۶۶/۴	۷۵/۸	۸۴
X <sub>۲</sub> نسبت متخصصان سلامت (به ازای هر ۱۰ هزار نفر جمعیت)	۲۳/۰	۱۴/۰	۴۱/۱	۲۴۵
X <sub>۳</sub> نسبت ولادت‌ها به وسیله‌ی متخصصان سلامت (درصد)	۹۶	۵۲	۹۷	۱۰۰
X <sub>۴</sub> نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه‌ی فاضلاب	۹۰	۶۴	۹۵	۱۰۰
X <sub>۵</sub> شاخص آمادگی اجرای مقررات بین‌المللی سلامت	۸۵	۴۳	۷۸	۱۰۰

شعاع‌ها

۱۰۰