



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه موحّد
منطقه ۵ شهر تهران



نام استاد: آقای شادی پور

نمونه سوالات

پایه: دهم

نام درس: ریاضی ۱

رشته ریاضی

۱ درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) $R - Z = Q'$

ب) مجموعه اعداد حسابی برابر است با: $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

ج) $N - W = \{0\}$

د) $N \subseteq Z \subseteq W \subseteq R$

۲ جاهای خالی را پر کنید.

الف) حاصل $[0, +\infty) \cap [-1, 4]$ برابر است.

ب) بازه $[-1, 7)$ شامل عدد صحیح است.

۳ اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, 1 \leq 2x + 1 < 11\}$ و $B = [2, 10)$ باشد، مقادیر خواسته شده را به صورت بازه بنویسید.

الف) A ب) $A \cap B$ ج) $A \cup B$ د) $A - B$

۴ حاصل هریک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آن‌ها روی یک محور به دست آورید.

الف) $(-3, 0) \cup (-2, 5)$ ب) $(-\infty, 6] \cap (2, 9)$

پ) $(3, +\infty) \cap (6, 10]$ ت) $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$

ث) $(3, +\infty) - [2, 4)$ ج) $[2, 4) - (3, +\infty)$

۵ در یک کلاس ۳۴ نفره، ۲۳ نفر به شطرنج و ۱۵ نفر به هندبال علاقه‌مند هستند. اگر ۷ نفر به هر دو رشته علاقه‌مند باشند مشخص کنید:

الف) چند نفر به شطرنج یا هندبال علاقه‌مند هستند؟

ب) چند نفر فقط به شطرنج یا فقط به هندبال علاقه‌مند هستند؟

ج) چند نفر به هیچ‌کدام علاقه‌مند نیستند؟

۶ جدول زیر را کامل کنید.

| $n(U)$ | $n(A)$ | $n(B)$ | $n(A \cap B)$ | $n(A \cup B)$ | $n(A')$ | $n(B - A)$ | $n(A' \cap B')$ |
|--------|--------|--------|---------------|---------------|---------|------------|-----------------|
| ۶۰ | | ۲۵ | | | ۲۳ | | ۲۰ |

۷ اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{1, 3, 5, 9\}$ و $B = \{2, 3, 5, 8\}$ و $C = \{2, 5, 7, 8\}$ باشند مجموعه $(A \cup B)' - C'$ را حساب کنید.

۸ فرض کنید مجموعه‌ی مرجع R باشد، اگر $A = (-\infty, 0]$ و $B = [-1, 4]$ باشد:
 الف) بازه‌ی $A \cup B$ را مشخص کنید:
 ب) بازه‌ی $(A \cup B)'$ را مشخص کنید:

۹ در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آن‌ها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:
 الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.
 ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند.

۱۰ در یک مهمانی ۲۳ نفر آقا دعوت شده‌اند. اگر ۸ نفر کراوات زده باشند و ۱۷ نفر کت پوشیده باشند و دو نفر نه کراوات زده باشند و نه کت پوشیده باشند:
 الف) چند نفر هم کت پوشیده‌اند و هم کراوات زده‌اند؟
 ب) چند نفر فقط کت پوشیده‌اند؟

۱۱ جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت $a_n = \frac{3n+1}{4n-1}$ می‌باشد.

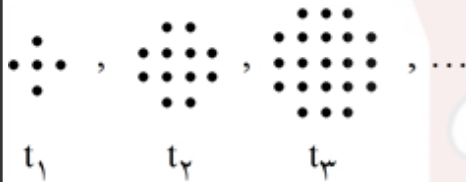
آ) جمله‌ی هفتم دنباله را مشخص کنید.
 ب) جمله‌ی چندم دنباله برابر $\frac{4}{5}$ است؟

۱۲ اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = \frac{n+1}{2n+7}$ باشد، چهار جمله اول این دنباله را بنویسید.

$a_1 =$ $a_2 =$ $a_3 =$ $a_4 =$

۱۳ در یک الگوی خطی مجموع جملات هفتم و یازدهم برابر ۵۲ و جمله دهم برابر ۲۹ است.
 الف) جمله عمومی الگو را حساب کنید.
 ب) کدام جمله برابر ۷۱ است؟

۱۴ برای نقاط زیر جمله عمومی آن‌را بنویسید و سپس جمله دهم را حساب کنید.



۱۵ در یک دنباله حسابی جملات پنجم و یازدهم به ترتیب ۱۰ و ۲۲ است. جمله اول و قدرنسبت دنباله را مشخص کنید.

۱۶ اگر $0, 4, 5x-4, x+9, 2x+2$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند و $2x+2$ جمله اول دنباله باشد، جمله عمومی آن را حساب کنید.

۱۷ جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۴ و ۱۱۲ است، مقدار جمله اول و قدرنسبت دنباله را مشخص کنید.

۱۸ مقدار x را طوری به دست آورید که دنباله‌ی زیر، یک دنباله‌ی هندسی باشد. هم‌چنین جمله‌ی دهم دنباله را مشخص کنید.
 $x-1, x+1, x+4, \dots$

۱۹ جمله‌ی عمومی دنباله مقابل را بنویسید.
 $16, 8, 0, -8, -16, \dots$

۲۰ در دنباله بازگشتی $a_n = n + a_{n-1}$ ($n \geq 2$) اگر $a_1 = 5$ باشد، سه جمله بعدی را حساب کنید.

۲۱ هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره مثلثاتی رسم کنید و سپس مشخص کنید در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد.
الف) -135° (ب) 330°

۲۲ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

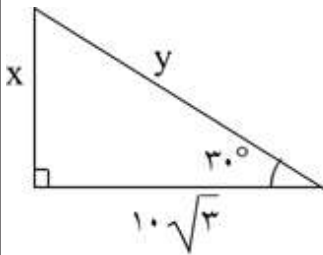
الف) زاویه 195° در ناحیه سوم مثلثاتی می‌باشد.

ب) کمترین مقدار $\cos \theta - 2$ برابر ۵ است.

۲۳ برای هر قسمت مشخص کنید α در کدام ربع قرار دارد.

الف) $\sin \alpha < 0$ و $\cos \alpha < 0$ (ب) $\tan \alpha < 0$ و $\cos \alpha > 0$

۲۴ با توجه به شکل رسم شده مقادیر x و y را محاسبه کنید.



۲۵ حدود زاویه‌ی θ را در هر یک از حالات زیر مشخص کنید.

الف) $\sin \theta > 0$, $\cos \theta > 0$ (ب) $\sin \theta < 0$, $\cos \theta > 0$

۲۶ مقدار عبارت زیر را به دست آورید.

$$A = \frac{\cos^2(45^\circ) - 3 \sin(30^\circ)}{5 \tan^2(45^\circ) + 5 \cos(60^\circ)}$$

۲۷ حاصل عبارت $\frac{(\cotg 30^\circ \times \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ) + (\cos 90^\circ \times \sin 90^\circ)}{\cotg 30^\circ \times \operatorname{tg} 30^\circ \times \sin 45^\circ \times \operatorname{tg} 0 + \cos 0}$ کدام است؟

۴ تعریف نشده

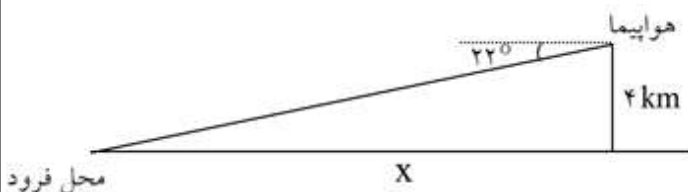
۳ صفر

۲ $\frac{3}{4}$

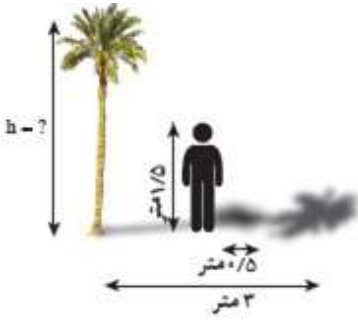
۱ $\frac{4}{3}$

۲۸ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.
$$\frac{\cotg 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ + 5 \cotg 45^\circ}{8 \cotg 45^\circ - \sin 90^\circ + 5 \operatorname{tg} 45^\circ} =$$

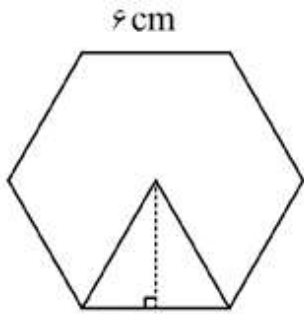
۲۹ یک هواپیما در ارتفاع ۴ کیلومتری از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق 22° باشد، محل دقیق فرود هواپیما را مشخص کنید ($\operatorname{tg} 22^\circ \approx 0/4$)



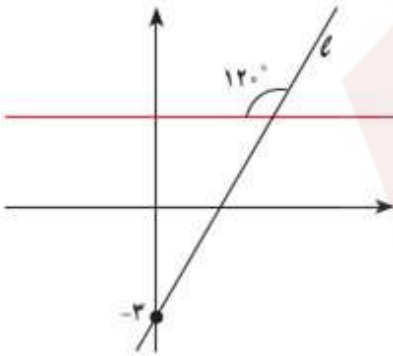
۳۰ علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه‌ی آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی $\frac{1}{5}$ متر و طول سایه‌ی او در همان لحظه $\frac{0}{5}$ متر است. ارتفاع درخت چه قدر است؟



۳۱ مساحت شش‌ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.



۳۲ با توجه به شکل زیر، معادله‌ی خط L را به دست آورید.

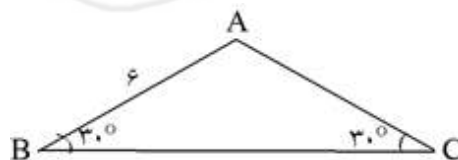


۳۳ در تمرین زیر نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.

(در ربع سوم) $\sin \theta = -\frac{2}{5}$

۳۴ اگر $\cot \theta = -5$ و θ در ربع چهارم باشد، نسبت‌های مثلثاتی دیگر آن را حساب کنید.

۳۵ مساحت مثلث ABC شکل مقابل را به دست آورید.



۳۶ شیب خط‌های زیر، را پیدا کنید.

(ب) $x + y = 2$

(الف) $2y - 3x = 5$

۳۷ اگر $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، آن‌گاه نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویه‌ی 135° را به دست آورید.

۳۸ درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$(1 + \cos \theta) \times \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} = \sin \theta$$

۳۹ اتحاد مثلثاتی $\frac{1}{\sin x} - \cot x = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ را ثابت کنید.

۴۰ درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{Cotg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$
 ب $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$

۴۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\sqrt[3]{64}$ برابر است با ± 2

ب) ساده شده $\sqrt{16 + 81}$ برابر است با ۵

۴۲ حاصل کسر زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$$

۴۳ هر یک از عبارت‌های زیر را به شکل رادیکالی نوشته و در صورت امکان حاصل آن را به دست آورید.

الف) $16^{-\frac{2}{4}}$

ب) $25^{\frac{2}{2}}$

ج) $27^{\frac{4}{3}}$

د) $125^{\frac{4}{3}}$

۴۴ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

الف) $\sqrt{\sqrt[3]{27} \sqrt{27}}$
 ب) $\sqrt{\sqrt{81 + 16}}$

۴۵ حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(x + 2)^3$$

۴۶ اگر $a + b = 5$ و $a^3 + b^3 = 100$ باشد، مقدار ab را به دست آورید.

۴۷ حاصل عبارت $\sqrt[4]{(3 + \sqrt{5})^{-1}} \times \sqrt{1 + \sqrt{5}}$ را به صورت $\sqrt[4]{A}$ بنویسید. (A یک عدد طبیعی است).

۴۸ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(x - 7)^3$$

۴۹ الف) عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$8x^3 + 125y^3$$

ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

۵۰ اگر $10 = 2x + \frac{5}{x}$ باشد، $4x^2 + \frac{25}{x^2}$ را به دست آورید. ($x \neq 0$)

۵۱ صورت و مخرج کسر زیر را تجزیه و سپس کسر را ساده کنید.

$$\frac{x^3 + x^2 - 25x - 25}{(x^3 - 125)(x + 1)}$$

۵۲ یکی از علامت‌های $<=>$ را در \square قرار دهید.

$$(-0/5)^2 \square (-0/5)^3$$

$$(-2)^2 \square (-2)^3$$

$$(-0/5)^3 \square (-0/5)^5$$

$$(-2)^3 \square (-2)^5$$

$$(-0/5)^4 \square (-0/5)^2$$

$$(-2)^4 \square (-2)^2$$

۵۳ اگر $a = 7$ باشد جدول زیر را کامل کنید. (جواب را به صورت ساده بنویسید و در صورت امکان رادیکالی بنویسید).

| a^2 | a^{-1} | a^* | $a^{\frac{1}{2}}$ | $a^{\frac{2}{3}}$ |
|-------|----------|-------|-------------------|-------------------|
| | | | | |

$$4\sqrt{2} \text{ (الف)}$$

۵۴ به صورت توان گویا بنویسید.

$$\sqrt[3]{\sqrt{8}\sqrt[3]{2}} \text{ (ب)}$$

۵۵ گویا کنید.

$$\frac{5}{2 - \sqrt{3}}$$

۵۶ مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\frac{6}{2\sqrt[3]{2} - 1} \text{ (ت)}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2} \text{ (پ)}$$

$$\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \text{ (ب)}$$

$$\frac{3}{3 + \sqrt{7}} \text{ (الف)}$$

۵۷ معادله‌های زیر را به کمک تجزیه حل کنید.

$$\begin{aligned} 5t^2 &= 20 & (۲) & & x^2 - 11x &= -10 & (۱) \\ 4k^2 - 12k + 8 &= 0 & (۴) & & 5a^2 - 7a &= 2a(a - 3) & (۳) \end{aligned}$$

۵۸ هریک از معادله‌های زیر را به روش دلخواه حل کنید.

$$\begin{aligned} 9 - 6z + z^2 &= 0 & (۲) & & 2x^2 &= 250 & (۱) \\ b^2 + \sqrt{2}b - 4 &= 0 & (۴) & & 4a^2 + 3a &= 1 & (۳) \end{aligned}$$

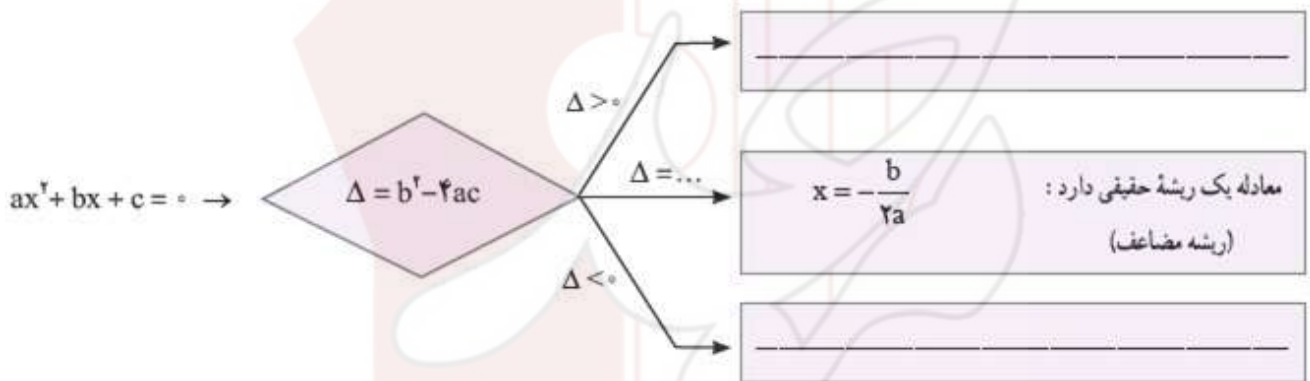
۵۹ عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید.

$$A = (x^2 - 9)(3x - 1) \text{ (الف)} \quad B = \frac{-x^2 + 6x - 9}{x^2 + x + 3} \text{ (ب)}$$

۶۰ طول یک مستطیل ۳ سانتی‌متر بیش‌تر از ۴ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۴۵ سانتی‌متر مربع باشد، ابعاد این مستطیل را مشخص کنید.



۶۱ جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.



۶۲ به ازای چه مقادیری از a ، $(a - 1)x^2 + (a - 8)x + a + 7 = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف است؟

۶۳ نمودار هریک از سهمی‌های زیر را رسم کنید.

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 2 & \text{(ب)} & & y &= -(x + 1)^2 - 3 & \text{(الف)} \\ y &= \frac{x^2}{2} + x - 4 & \text{(ت)} & & y &= x - x^2 & \text{(پ)} \end{aligned}$$

۶۴ نامعادله‌ی زیر را حل کنید. $\frac{2x - 7}{x - 1} \leq 1$

۶۵ نامعادله روبه‌رو را حل کنید و جواب را به صورت بازه بنویسید. $\frac{16 - x^2}{x^2 - 6x - 7} \leq 0$

۶۶ نامعادله‌های زیر را حل کنید.

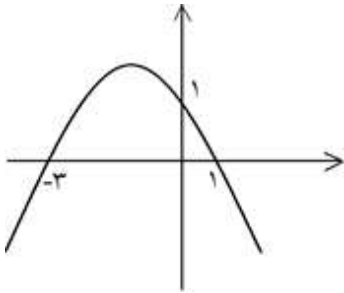
(ب) $|4x - 7| < 11$

(الف) $|2x - 1| > 5$

۶۷ اگر سهمی $y = mx^2 + (m + 4)x + m + \frac{5}{2}$ همواره بالای محور x ها باشد، حدود m را حساب کنید.

۶۸ به ازای چه محدوده از x عبارت $\frac{2x + 1}{x + 1}$ بیش‌تر از $\frac{4x}{x - 2} + 1$ نیست؟

۶۹ معادله‌ی سهمی زیر را بنویسید.

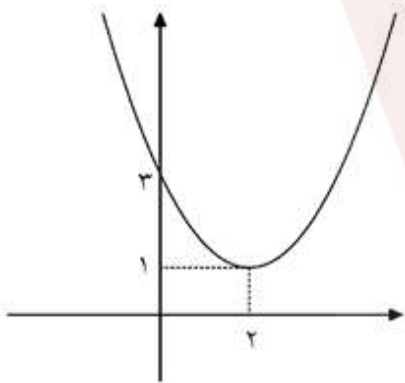


۷۰ تعیین علامت کنید.

(ب) $P(x) = \frac{1}{x - 7} + \frac{1}{x - 3}$

(الف) $P(x) = \frac{x - 1}{4 - x^2}$

۷۱ ضابطه سهمی زیر را بنویسید.



۷۲ کدام‌یک از روابط زیریک تابع را معلوم می‌کند؟ توضیح دهید.

(الف) رابطه‌ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می‌دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر فرد، دمای بدن او را در یک زمان معین نسبت می‌دهد.

(ج) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

(د) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.

(ه) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

(و) رابطه‌ای که به عدد، ریشه‌ی سوم آن را نسبت می‌دهد.

۷۳ در مجموعه‌ی زیر مجهول‌ها را چنان بیابید که زوج‌های مرتب نمایش یک تابع باشند.

(الف) $f = \{(1, 2), (2, 3), (2, a^2 - 1), (a, 5)\}$

(ب) $g = \{(1, 3), (2, 2), (1, a - 2b), (2, a^2 - b), (3, 2)\}$

۷۴ مقدار a را طوری به دست آورید که رابطه‌ی $A = \{(1, 2), (3, 2a), (3, a - 7)\}$ یک تابع باشد.

۷۵ اگر $f = \{(2, 5), (1, 4), (4, 9), (3, 10)\}$ باشد، مقادیر زیر را حساب کنید.
الف) $f(2)$ ب) $f(f(1))$ پ) $f(f(2) - f(1))$ ت) $f(3)$

۷۶ طول یک مستطیل سه واحد کمتر از دو برابر عرض آن است. تابعی بنویسید که مساحت مستطیل را برحسب طول آن بیان کنید.

۷۷ در تابع زیر دامنه و برد را مشخص کنید.

$$f = \{(1, 5), (2, 10), (3, 19)\}$$

۷۸ تابع $f = \{(1, 2), (4, 7), (5, 2), (3, 11)\}$ را روی نمودار پیکانی مشخص کنید و سپس دامنه و برد تابع را بنویسید.

۷۹ برای اندازه‌گیری دما از واحدهای «سانتی‌گراد C » و «فارنهایت F » استفاده می‌شود که با رابطه‌ی $F = \frac{9}{5}C + 32$ به یکدیگر وابسته‌اند.

الف) 20 - درجه‌ی سانتی‌گراد، چند درجه‌ی فارنهایت است؟
ب) 104 درجه‌ی فارنهایت چند سانتی‌گراد است؟
پ) معادله‌ای بنویسید که سانتی‌گراد را برحسب فارنهایت به دست آورد.
ت) آیا رابطه‌ی بین این دو واحد، یک تابع خطی را معلوم می‌کند؟

۸۰ برای یک تابع خطی می‌دانیم که: $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$. نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.

۸۱ اگر f یک تابع خطی باشد و $f(x) = 4x + 4$ و $f(f(x - 1)) = 4x + 4$ ، آن‌گاه $f(x)$ را حساب کنید.

۸۲ اگر تابعی با نمایش جبری $f(n) = n^2 + 1$ داده شده باشد و دامنه‌ی آن $A = \{1, 2, 3, 4\}$ باشد، برد تابع f را به دست آورید.

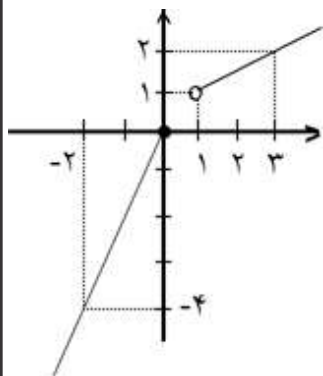
۸۳ اگر $f(x) = (a - 1)x^2 + bx + 7$ یک تابع خطی گذرنده از $A(1, 9)$ باشد a, b را حساب کنید.

۸۴ اگر $f(x) = (a + 2)x^2 + (a - 1)x + 7 - a$ یک تابع خطی باشد، مقادیر زیر را حساب کنید.
الف) $f(1)$ ب) $f(4)$ پ) $f(k - 1)$ ت) $f(3t - 2)$

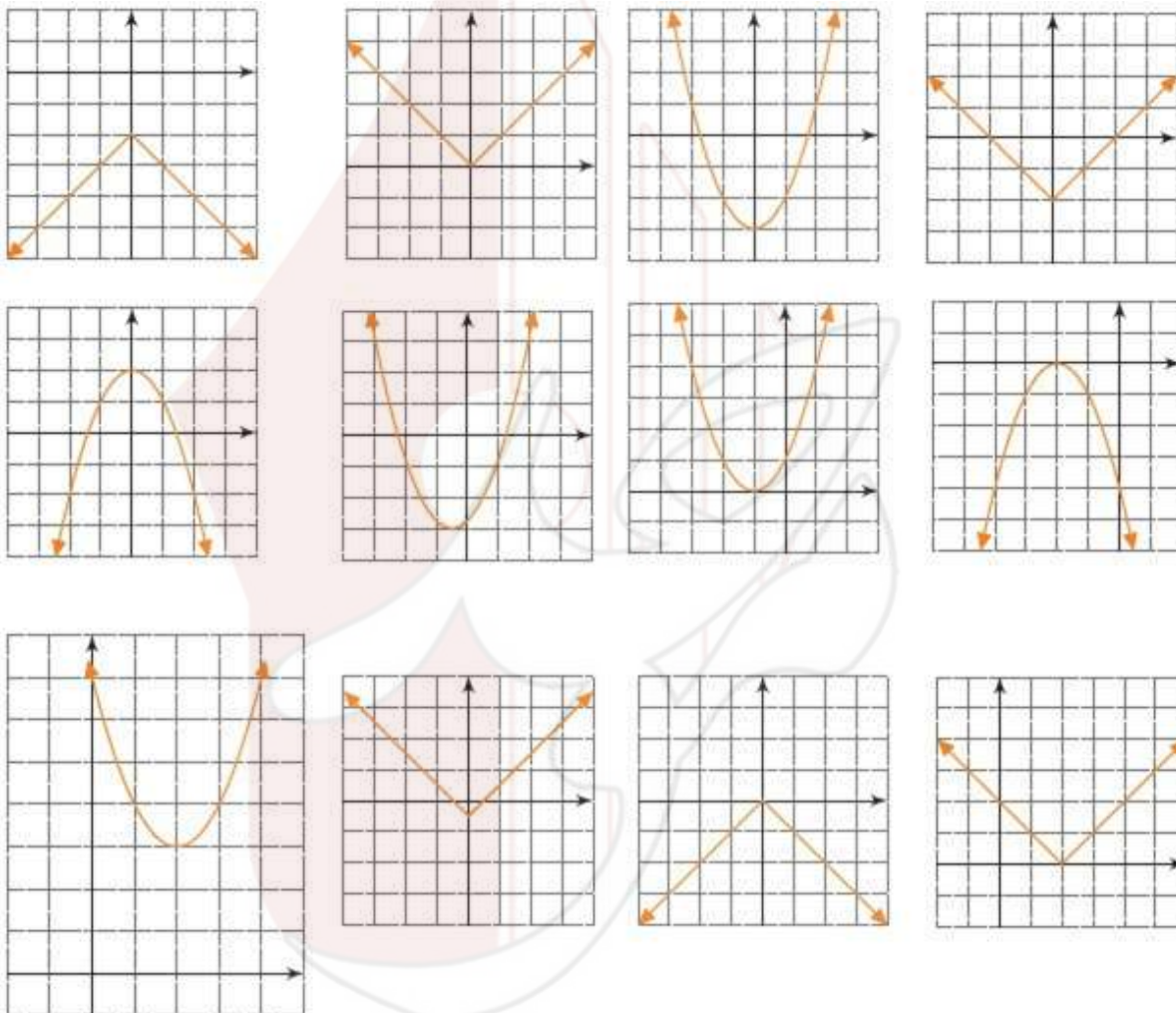
۸۵ نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \\ x - 2 & x < 1 \end{cases}$$

با توجه به شکل زیر:
الف) ضابطه تابع را به دست آورید.
ب) دامنه و برد تابع را مشخص کنید.



هریک از نمودارهای زیر کدامیک از تابعهای (الف) تا (ر) را نمایش می‌دهد؟ دامنه و برد این توابع چیست؟



(ت) $y = |x|$ (پ)

(ب) $y = -x^2 + 2$

(الف) $y = x^2 - 3$
 $y = -|x|$

(ج) $y = |x - 2|$ (چ)

(ج) $y = |x| - \frac{1}{2}$

(ث) $y = (x + 1)^2$

$y = -(x + 2)^2$

(ر) $y = |x| - 2$ (ز)

(د) $y = (x - 2)^2 + 3$

(خ) $y = -|x| - 2$

$y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3$

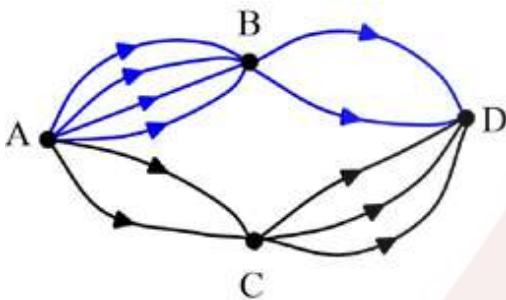
۸۸ نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(3, 11)$ و $(-1, 7)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند. ضابطه این تابع را بنویسید.

۸۹ ابتدا نمودار تابع $y = |x - 1| + 2$ را به کمک انتقال رسم کنید و سپس با استفاده از نمودار دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۹۰ اگر $f(x) = \frac{x^2 + ax + b - 7}{x + 2}$ تابع همانی باشد، مقدار a و b را مشخص کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

۹۱ اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x \geq 2 \\ 3x - 7 & x \leq 2 \end{cases}$ یک تابع باشد، a را حساب کنید.

۹۲ در شکل زیر چند مسیر برای سفر از شهر A به شهر D وجود دارد؟



۹۳ در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیراتوماتیک) تولید می‌شود.

الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می‌شود؟

ب) اگر یکی از رنگ‌های تولید شده مشکی باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می‌شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می‌شود؟

۹۴ یک آزمون چندگزینه‌ای شامل ۱۰ سوال ۴ گزینه‌ای و ۵ سوال ۲ گزینه‌ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد اگر:

الف) اگر مجبور باشد به همه‌ی سؤال‌ها جواب دهد؟

ب) بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

۹۵ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۹۶ تعداد حالت‌های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت‌های زیر به دست آورید. مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می‌شود یا از اصل ضرب یا از هر دو.

الف) این رمز از یک گزینه تشکیل شده، که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است.

ب) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است.

پ) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه‌ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است.

ت) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یا هر دو گزینه عددند یا هر دو گزینه حروف انگلیسی‌اند.

ث) این رمز از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه اول اعداد غیرتکراری و دو گزینه دوم حروف انگلیسی غیرتکراری‌اند.

۹۷ با ارقام ۰ و ۱ و ۵ و ۷ و ۸ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۷۰۰ می‌توان نوشت؟

ج) چند عدد سه رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت؟

۹۸ با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ و بدون تکرار ارقام:
الف) چند عدد سه رقمی زوج می‌توان ساخت؟
ب) چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰ می‌توان نوشت؟

۹۹ با حروف کلمه‌ی «STORE» و بدون تکرار حروف:
الف) چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان ساخت؟
ب) چند کلمه‌ی ۳ حرفی می‌توان ساخت که به «R» ختم شود؟

۱۰۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.
الف) پیشامد A' زمانی رخ می‌دهد که پیشامد رخ ندهد.
ب) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک از آن ۵ شیء می‌نامیم.
پ) در انتخاب ۲ شیء از بین n شیء، جابه‌جایی اشیاء اهمیت ندارد.
ت) بیان یا مفهوم مسأله، گام چرخه آماری در حل مسائل است.
ث) مقدار $\frac{0!}{1!}$ برابر است.

۱۰۱ ۴ دانش‌آموز و ۵ معلم در یک صف ایستاده‌اند. تعداد حالت‌هایی را به دست آورید که:
الف) ابتدا و انتهای صف معلم باشند.
ب) نفر وسط معلم باشد.
ج) معلم‌ها کنار هم و دانش‌آموزان کنار هم باشند.

۱۰۲ ۴ دانش‌آموز پایه دهم و ۳ دانش‌آموز پایه یازدهم، به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که:
الف) هیچ دو دانش‌آموز هم پایه کنار هم نباشند.
ب) همواره دانش‌آموزان پایه دهم کنار هم باشند.

۱۰۳ با حروف کلمه‌ی «گل پیرا» و بدون تکرار حروف
الف) چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت؟ چند تا از آن‌ها با «گل» شروع می‌شود؟
ب) چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان نوشت؟
پ) چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟
ت) چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟
ث) چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه‌ی «پیرا» کنار هم آمده باشند؟

۱۰۴ مقدار n در تساوی‌های زیر را بیابید.

الف) $P(n, 4) = {}_3P(n, 3)$

ب) $P(n, 4) = {}_4P(n-1, 2)$

۱۰۵ از بین ۶ مرد و ۵ زن می‌خواهیم یک تیم ۴ نفره انتخاب کنیم. این کار به چند صورت انجام می‌گیرد، به طوری که:
الف) ۳ زن و یک مرد باشد.
ب) حداقل ۳ مرد باشد.

۱۰۶ در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۳ مهره سبز موجود است و همه مهره‌ها متفاوت هستند. اگر سه مهره با هم تصادفی خارج کنیم، تعداد حالت‌هایی را حساب کنید که:
الف) فقط دو مهره قرمز باشد.
ب) حداقل یک مهره آبی باشد.

۱۰۷ در یک جعبه ۱۱ لامپ موجود است که ۴ تای آن معیوب است. ۳ لامپ به تصادف با هم انتخاب می‌کنیم. تعداد حالت‌هایی را حساب کنید که:
الف) هر سه لامپ معیوب باشد.
ب) فقط دو لامپ سالم باشد.

۱۰۸ به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که هیچ‌کس بیش‌تر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم).

۱۰۹ یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هرگاه:
الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟
ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟
پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟
ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ‌یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ‌یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

۱۱۰ یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم.
الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش را بنویسید.
ب) پیشامد A که در آن سکه پشت و تاس عدد فرد بیاید را بنویسید.

۱۱۱ سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه‌ی دیگر را می‌اندازیم:
الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
ب) پیشامد آن‌که «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.
پ) پیشامد آن‌که «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

۱۱۲ فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هریک از عبارتهای توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.

الف) پیشامدهای A و C رخ بدهند؛ ولی B رخ ندهد.
ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.
پ) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.

۱۱۳ دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوبست:
الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای.
ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد.
ج) پیشامد B که در آن حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۱۵ باشد.
د) پیشامد آن‌که A رخ دهد ولی B رخ ندهد.

۱۱۴ ۲ تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوب است احتمال این‌که:
الف) مجموع دو تاس ۱۰ باشد
ب) تاس اول ۳ و تاس دوم زوج باشد
ج) حاصل ضرب اعداد رو شده ۲۴ باشد

۱۱۵ در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو تاس ۵ باشد را حساب کنید.

۱۱۶ اگر ۷ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد:
الف) دو برابر کنار یکدیگر نباشند؟
ب) یکی از آن‌ها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

۱۱۷ می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته‌ی ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشته‌ی تجربی یک تیم دو نفره‌ی تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه قدر احتمال دارد:
الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟
ب) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟
پ) ۱ نفر از رشته‌ی ریاضی و ۱ نفر از رشته‌ی تجربی باشد؟

۱۱۸ یک تولیدی کیفیت دو نوع کیف A و B را تولید می‌کند. اگر ۳۶ درصد از مشتریان کیفیت نوع A و ۴۷ درصد از مشتریان کیفیت نوع B و ۱۵ درصد از مشتریان هر دو نوع کیف را خریداری کنند. چه قدر احتمال دارد یک مشتری حداقل یکی از دو نوع کیف را خریداری می‌کند؟

۱۱۹ جدول زیر را کامل کنید.

| P(A) | P(B) | P(A') | P(B') | P(A - B) | P(A ∩ B) | P(A ∪ B) |
|------|------|-------|-------|----------|----------|----------|
| ۰/۵ | | | ۰/۳ | | ۰/۲ | |
| ۰/۳ | ۰/۴ | | | ۰/۲ | | |

۱۲۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.
الف) اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغییر موردنظر است.
ب) تعداد اعضای جامعه را جامعه می‌نامیم.
پ) نمودار بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم‌تر و کجا پراکنده‌ترند.

۱۲۱ مراحل علم آمار را بنویسید.

۱۲۲ متغیرهای زیر را در چهار مقیاس کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی فاصله‌ای و کمی نسبتی دسته‌بندی کنید.
الف) وعده غذایی (ناهار یا شام)
ب) مقیاس ارزشیابی تحصیلی: ضعیف، متوسط، خوب
ج) دمای بدن ماهی
د) طول ماهی‌های قزل‌آلا در رودخانه هراز

۱۲۳ متغیر کمی را تعریف و انواع آن را بنویسید.

۱۲۴ نوع متغیر (کمی، کیفی) را مشخص کنید.
الف) مقام ورزشکاران در المپیک
ب) نام شغل افراد یک گروه
ج) مقدار ذرات معلق هوای تهران
د) دمای هوای شهرها

د) نادرست

ج) نادرست

ب) درست

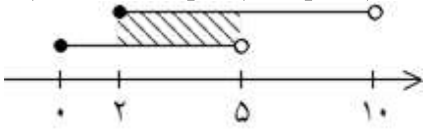
الف) نادرست ۱

الف) [۰, ۴] ۲

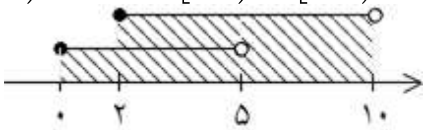
ب) ۸

الف) $A : 1 \leq 2x + 1 < 11 \xrightarrow{-1} 0 \leq 2x < 10 \xrightarrow{\div 2} 0 \leq x < 5 \Rightarrow A = [0, 5)$

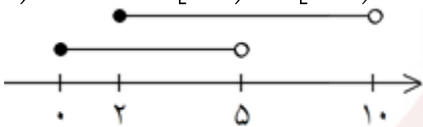
ب) $A \cap B = [0, 5) \cap [2, 10) = [2, 5)$



ج) $A \cup B = [0, 5) \cup [2, 10) = [0, 10)$



د) $A - B = [0, 5) - [2, 10) = [0, 2)$



ب) (۲, ۶]

ت) $R = (-\infty, +\infty)$

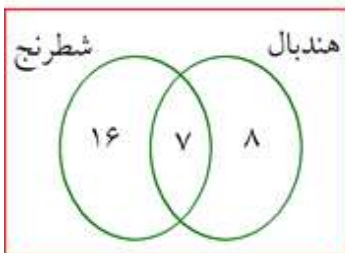
ج) [۲, ۲]

الف) (-۳, ۵] ۴

ب) (۶, ۱۰]

ت) [۴, +∞)

۳۴



A: شطرنج

B: هندبال

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 16 + 8 - 7 = 17$

الف)

$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 17 - 7 = 10$

ب)

$n(U) - n(A \cup B) = 34 - 17 = 17$

ج)

$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 17 = 34 - n(A \cup B) \Rightarrow n(A \cup B) = 17$

$n(A) = n(U) - n(A') = 34 - 17 = 17$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 17 = 17 + 8 - n(A \cap B)$

$\Rightarrow n(A \cap B) = 8$

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 8 - 8 = 0$

| n(U) | n(A) | n(B) | n(A ∩ B) | n(A ∪ B) | n(A') | n(B - A) | n(A' ∩ B') |
|------|------|------|----------|----------|-------|----------|------------|
| 34 | 17 | 8 | 8 | 17 | 17 | 0 | 17 |

۵

۶

طبق قانون دمگان $(A \cup B)' = A' \cap B' \Rightarrow (A' \cap B') - C'$

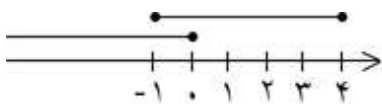
$$A' = \{2, 4, 6, 7, 8, 10\}$$

$$B' = \{1, 4, 6, 7, 9, 10\}$$

$$C' = \{1, 3, 4, 6, 9, 10\}$$

$$\Rightarrow (A' \cap B') - C' = \{4, 6, 7, 10\} - \{1, 3, 4, 6, 9, 10\} = \{7\}$$

الف ۸



$$A \cup B = (-\infty, 0] \cup [-1, 4] = (-\infty, 4]$$

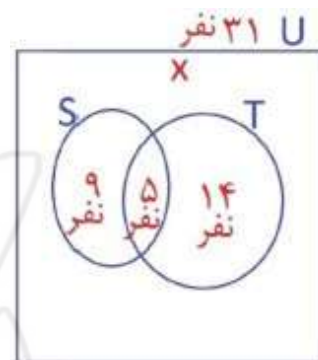
ب

$$(A \cup B)' = (4, +\infty)$$

الف ۹

$$x + 14 + 5 + 9 = 31 \Rightarrow x = 3$$

ب



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

۱۰

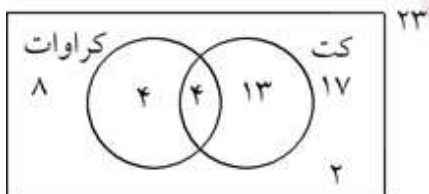
الف

$$n(A \cup B) = 23 - 2 = 21$$

هم کراوات زده و هم کت پوشیده‌اند $21 = 8 + 17 - x \Rightarrow x = 4$

ب

۱۳ نفر فقط کت پوشیده‌اند.



الف ۱۱

$$a_n = \frac{3n+1}{4n-1} \Rightarrow a_7 = \frac{3(7)+1}{4(7)-1} = \frac{22}{27} \quad (\bar{A})$$

$$a_n = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3n+1}{4n-1} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5(3n+1) = 4(4n-1) \Rightarrow 15n+5 = 16n-4$$

ب

$$\Rightarrow 5+4 = 16n-15n \Rightarrow n = 9$$

$$a_1 = \frac{1+1}{2+7} = \frac{2}{9} \text{ و } a_2 = \frac{2+1}{4+7} = \frac{3}{11} \text{ و } a_3 = \frac{3+1}{6+7} = \frac{4}{13} \text{ و } a_4 = \frac{4+1}{8+7} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

۱۲

الف) جمله عمومی الگوی خطی برابر $a_n = an + b$ است.

۱۳

$$a_7 + a_{11} = 52 \Rightarrow 7a + b + 11a + b = 52 \Rightarrow 18a + 2b = 52 \xrightarrow{\div 2} 9a + b = 26$$

$$n=10 \rightarrow a_{10} = 10a + b = 29$$

$$\begin{cases} 9a + b = 26 \\ 10a + b = 29 \end{cases} \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a=3} 9(3) + b = 26 \Rightarrow 27 + b = 26 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow a_n = 3n - 1$$

ب) باید جمله عمومی را برابر ۷۱ قرار داده و n را حساب کنیم.

$$3n - 1 = 71 \Rightarrow 3n = 72 \Rightarrow n = 24$$

بنابراین جمله بیست و چهارم برابر ۷۱ است.

روش اول: این یک دنباله مربعی است که روی هر ضلع آن به تعداد شماره دنباله نقطه وجود دارد و چون چهار ضلع داریم آن گاه:

۱۴

$$t_n = n^2 + 4n \Rightarrow t_{10} = (10)^2 + 4(10) = 140$$

دنباله مربعی نقاطی که روی چهار ضلع قرار دارد.

روش دوم: جملات دنباله را می‌نویسیم.

$$5, 12, 21, \dots$$

$7 \quad 9$

$\div 2 \rightarrow a = \frac{2}{2} = 1$

$$2a + b = t_2 - t_1 \Rightarrow 2(1) + b = 12 - 5 \Rightarrow 2 + b = 7 \Rightarrow b = 4$$

$$a + b + c = t_1 \Rightarrow 1 + 4 + c = 5 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow t_n = n^2 + 4n \xrightarrow{n=10} t_{10} = 10^2 + 4(10) = 140$$

$$a_5 = 10 \Rightarrow a_1 + 4d = 10$$

$$a_{11} = 22 \Rightarrow a_1 + 10d = 22 \Rightarrow 6d = 12 \Rightarrow d = 2 \xrightarrow{d=2} a_1 + 8 = 10 \Rightarrow a_1 = 2$$

۱۵

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه:

۱۶

$$2b = a + c \Rightarrow 2(x+9) = 2x + 2 + 5x - 4 \Rightarrow 2x + 18 = 7x - 2 \Rightarrow -5x = -20 \Rightarrow x = 4$$

$$\xrightarrow{x=4} 10, 13, 16, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 10 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 10 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 10 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n + 7$$

$$t_7 = t, q^{\Delta} = 112 \Rightarrow \frac{t/q^{\Delta}}{t/q^{\Delta}} = \frac{112}{14} \Rightarrow q^{\Delta} = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$t_7 = t, q^{\Delta} = 14 \Rightarrow \frac{t/q^{\Delta}}{t/q^{\Delta}} = \frac{14}{14}$$

$$t, q^{\Delta} = 14 \xrightarrow{q=2} {}^{\Delta}t_1 = 14 \Rightarrow t_1 = \frac{14}{2}$$

۱۷

۱۸ / ۱ / ۵ نمره

$$(x+1)^{\Delta} = (x-1)(x+4) \Rightarrow x^{\Delta} + 2x + 1 = x^{\Delta} + 3x - 4 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{جملات دنباله: } 4, 7, 9, \dots \Rightarrow t_1 = 4, r = \frac{7}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow t_{10} = t_1 r^9 = 4 \times \left(\frac{7}{4}\right)^9 = \frac{7^9}{2^9}$$

۱۹ دنباله حسابی است و $a = 16$ و $d = -8$

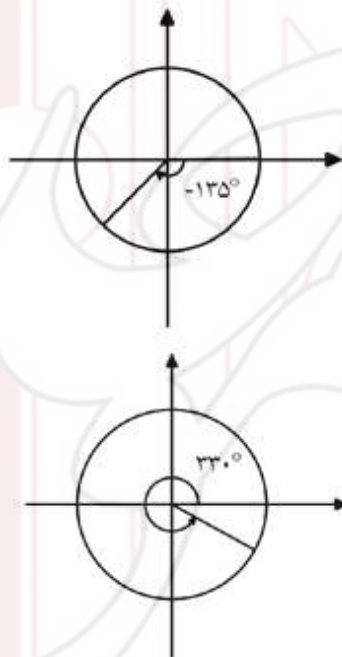
$$t_n = a + (n-1)d = 16 + (-8)(n-1) = -8n + 24$$

$$\xrightarrow{n=2} a_2 = 2 + a_1 = 2 + 5 = 7$$

$$\xrightarrow{n=3} a_3 = 3 + a_2 = 3 + 7 = 10$$

$$\xrightarrow{n=4} a_4 = 4 + a_3 = 4 + 10 = 14$$

۲۰



۲۱ الف) ربع سوم

ب) ربع چهارم

۲۲ الف) نادرست

ب) نادرست

۲۳ الف) ربع سوم

ب) ربع چهارم

$$\cos 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{y} \Rightarrow y = 20$$

$$\cot 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{x} \Rightarrow x = 10$$

۲۴

$$A = \frac{\cos^2(45^\circ) - 3 \sin(30^\circ)}{5 \tan^2(45^\circ) + 5 \cos(60^\circ)} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{2}\right)}{5(1)^2 + 5\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{5 + \frac{5}{2}} = \frac{-\frac{2}{2}}{\frac{15}{2}} = \frac{-2}{15}$$

۲۶

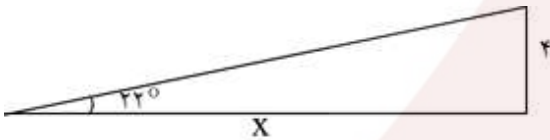
(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(\cotg 30^\circ \times \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ) + (\cos 90^\circ \times \sin 90^\circ)}{\cotg 30^\circ \times \operatorname{tg} 30^\circ \times \sin 45^\circ \times \operatorname{tg} 0 + \cos 0} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + 0 \times 1}{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0 + 1} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 5}{8 - 1 + 5} = \frac{5}{12}$$

۲۸

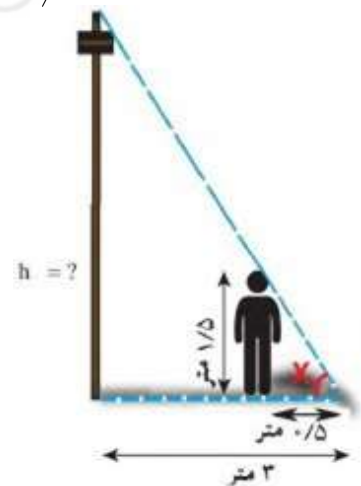


۲۹

$$\operatorname{tg} 22^\circ = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \Rightarrow 0/4 = \frac{4}{x} \Rightarrow x = \frac{4}{0/4} = 10 \text{ km}$$

۳۰ در مثلث قائم الزاویه‌ی کوچک $\operatorname{tg} x = \frac{1/5}{0/5}$ و در مثلث قائم الزاویه‌ی بزرگ $\operatorname{tg} x = \frac{h}{3}$ می‌باشد. در نتیجه می‌توان

نوشت: $h = 9$ یعنی ارتفاع تیر برق ۹ متر است.

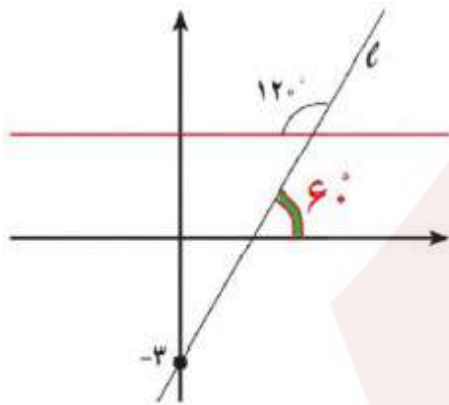
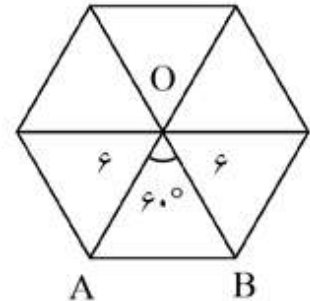


یک شش‌ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده که در این مثال طول هر ضلع آن ۶ cm و زاویه آن 60° است.

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\text{مثلث}} = 9\sqrt{3}$$

$$S_{\text{شش‌ضلعی}} = 6 S_{\text{مثلث}} = 6 \times 9\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$



$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}, (0, -2) \Rightarrow y - (-2) = \sqrt{3}(x - 0) \\ \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 2$$

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{-2}{5}$$

$\Rightarrow y = -2$ نقطه p را به عرض -2 اختیار می‌کنیم.

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{x^2 + (-2)^2} = 5 \Rightarrow x^2 + 4 = 25 \Rightarrow x^2 = 21 \Rightarrow x = -\sqrt{21}$$

با توجه به این که نقطه p در ربع سوم است داریم: $p(-\sqrt{21}, -2)$ در نتیجه:

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{-\sqrt{21}}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{-\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-\sqrt{21}}{-2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + 25 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{26}$$

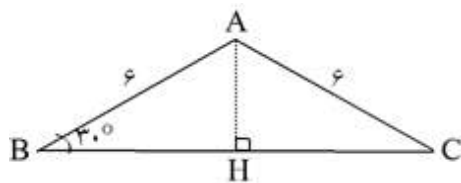
$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{26}} \xrightarrow{\text{ربع چهارم Sin منفی است}} \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{26} = \frac{25}{26} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع چهارم Cos مثبت است}} \cos \theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{-5}$$

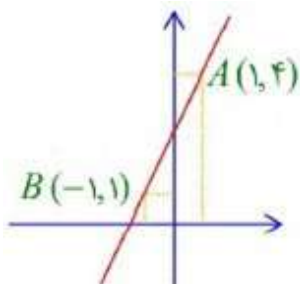
ABC مثلث متساوی الساقین است. از رأس A ، عمود AH را بر ضلع BC رسم می‌کنیم:



$$\triangle ABH : \sin 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH}{6} \Rightarrow AH = 3$$

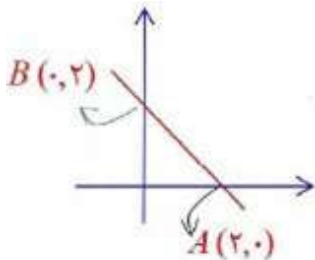
$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow BH = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow BC = 2BH = 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3 \times 6\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$



$$\text{شیب} = \frac{4 - 1}{1 - (-1)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{3}{2}$$

(ب)



$$\text{شیب} = \frac{2 - 0}{0 - 2} = -1 \Rightarrow \text{tg } \alpha = -1$$

$$\cos^2 135^\circ = 1 - \sin^2 135^\circ = 1 - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{tg } 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$$

$$(1 + \cos \theta) \times \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$$

۳۸

نمره ۱/۲۵

۳۹

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin x} - \cotg x &= \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \end{aligned}$$

نمره ۲

۴۰

$$\begin{aligned} \frac{1 + \tg \alpha}{1 + \cotg \alpha} &= \frac{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tg \alpha \text{ الف-} \\ \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} &= \frac{\cos \theta(1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\cos \theta(1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} \text{ ب-} \end{aligned}$$

الف) نادرست

۴۱

ب) نادرست

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} - \frac{4}{(x-2)(x+2)} &= \frac{x+2+x-2-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-4}{x^2-4} \\ &= \frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2}{x+2} \end{aligned}$$

۴۲

$$\text{الف) } 16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{16^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{16^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{(2^4)^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^{12}}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

۴۳

$$\text{ب) } 25^{\frac{3}{2}} = \sqrt{25^3} = \sqrt{(5^2)^3} = \sqrt{5^6} = 5^3 = 125$$

$$\text{ج) } 27^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{27^4} = \sqrt[3]{(3^3)^4} = \sqrt[3]{3^{12}} = 3^4 = 81$$

$$\text{د) } 125^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{125^4} = \sqrt[3]{(5^3)^4} = \sqrt[3]{5^{12}} = 5^4 = 625$$

$$\text{الف) } \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{ب) } \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

۴۴

۴۵

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(x + 2)^3 = x^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + (2)^3$$

$$(x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

روش اول: ۴۶

$$a + b = 5 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}^3} (a + b)^3 = 125 \Rightarrow a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 125$$

$$a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 125 \Rightarrow 100 + 3ab(5) = 125$$

$$\Rightarrow 15ab = 25 \Rightarrow ab = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

روش دوم:

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$\begin{cases} a^3 + b^3 = 100 \\ a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 100 = 5^3 - 3ab(5) \Rightarrow 100 = 125 - 15ab$$

$$\Rightarrow 15ab = 25 \Rightarrow ab = \frac{5}{3}$$

۴۷

ابتدا باید رادیکالها را هم فرجه کنیم و عبارت با توان ۱- را به مخرج منتقل کنیم.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{(3 + \sqrt{5})^{-1}} \times \sqrt[3]{1 + \sqrt{5}} &= \sqrt[3]{\frac{1}{3 + \sqrt{5}}} \times \sqrt[3]{(1 + \sqrt{5})} \\ &= \sqrt[3]{\frac{(1 + \sqrt{5})^3}{3 + \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{\frac{1 + 5 + 2\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{\frac{6 + 2\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{\frac{2(3 + \sqrt{5})}{3 + \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

$$(x - 7)^3 = x^3 + 3(x)^2(-7) + 3(x)(-7)^2 + (-7)^3 = x^3 - 21x^2 + 147x - 343$$

۴۸

الف) ۴۹

$$8x^3 + 125y^3 = (2x + 5y)(4x^2 - 10xy + 25y^2)$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}{x - y}$$

ب)

روش اول: ۵۰

$$2x + \frac{5}{x} = 10 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}^2} \left(2x + \frac{5}{x}\right)^2 = 100 \Rightarrow 4x^2 + 20 + \frac{25}{x^2} = 100$$

$$\Rightarrow 4x^2 + \frac{25}{x^2} = 80$$

روش دوم: استفاده از اتحادهای کمکی:

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$4x^3 + \frac{25}{x^3} = \left(2x + \frac{5}{x}\right)^3 - 3\left(2x\right)\left(\frac{5}{x}\right) = (10)^3 - 3(10) = 1000 - 30 = 970$$

$$\frac{x^2 + x^2 - 2\Delta x - 2\Delta}{(x^2 - 12\Delta)(x + 1)} = \frac{x^2(x + 1) - 2\Delta(x + 1)}{(x - \Delta)(x^2 + \Delta x + 2\Delta)(x + 1)} = \frac{\cancel{(x + 1)}(x^2 - 2\Delta)}{(x - \Delta)(x^2 + \Delta x + 2\Delta)\cancel{(x + 1)}}$$

$$= \frac{\cancel{(x - \Delta)}(x + \Delta)}{\cancel{(x - \Delta)}(x^2 + \Delta x + 2\Delta)} = \frac{x + \Delta}{x^2 + \Delta x + 2\Delta}$$

٥١

$$(-\cdot/\Delta)^2 > (-\cdot/\Delta)^2 \quad (-2)^2 > (-2)^2$$

٥٢

$$(-\cdot/\Delta)^2 < (-\cdot/\Delta)^2 \quad (-2)^2 > (-2)^2$$

$$(-\cdot/\Delta)^2 < (-\cdot/\Delta)^2 \quad (-2)^2 > (-2)^2$$

| | | | | |
|-------|----------------------|-------|-------------------|-------------------|
| a^2 | a^{-1} | a^1 | $a^{\frac{1}{2}}$ | $a^{\frac{2}{3}}$ |
| ٢٩ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ١ | $\sqrt{\sqrt{2}}$ | $\sqrt[3]{29}$ |

٥٣

الف) $4\sqrt{2} = 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}}$

٥٤

ب) $\sqrt[4]{8\sqrt{2}} = (2^3 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} = (2^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{7}{8}}$

$$\frac{\Delta}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{\Delta(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} = 10 + \Delta\sqrt{3}$$

٥٥

الف) $\frac{3}{3 + \sqrt{3}} \times \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{9 - 3\sqrt{3}}{9 - 3} = \frac{9 - 3\sqrt{3}}{6}$

٥٦

ب) $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$

ج) $\frac{1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \times \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 4} = \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 4}{x - 8}$

د) $\frac{6}{2\sqrt{2} - 1} \times \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1}{4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1} = \frac{6(4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1)}{16 - 1} = \frac{6(4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1)}{15} = \frac{8\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2}{5}$

١) $x^2 - 11x = -10 \Rightarrow x^2 - 11x + 10 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 10 \end{cases}$

٥٧

٢) $\Delta t^2 = 20 \Rightarrow \Delta t^2 - 20 = 0 \Rightarrow \Delta(t - 2)(t + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2 \\ t + 2 = 0 \Rightarrow t = -2 \end{cases}$

٣) $\Delta a^2 - 7a = 2a(a - 3) \Rightarrow \Delta a^2 - 7a = 2a^2 - 6a \Rightarrow 3a^2 - a = 0 \Rightarrow a(3a - 1) = 0$

$a = 0$
 $\Rightarrow 3a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

٤) $4k^2 - 12k + 8 = 0 \Rightarrow 4(k - 1)(k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1 \\ k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \end{cases}$

۱) $۲x^۲ = ۲۵۰ \Rightarrow x^۲ = ۱۲۵ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۱۲۵} = \pm۵\sqrt{۵}$
 ۲) $۹ - ۶z + z^۲ = ۰ \Rightarrow (z - ۳)^۲ = ۰ \Rightarrow z - ۳ = ۰ \Rightarrow z = ۳$
 ۳) $۴a^۲ + ۳a = ۱ \Rightarrow ۴a^۲ + ۳a - ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta=۲۵} a = \frac{-۳ \pm ۵}{۴} \Rightarrow a = \frac{۱}{۴}, a = -۱$
 ۴) $b^۲ + \sqrt{۲}b - ۴ = ۰ \xrightarrow{\Delta=۱۸} b = \frac{-\sqrt{۲} \pm \sqrt{۱۸}}{۲} = \frac{-\sqrt{۲} \pm ۳\sqrt{۲}}{۲}$
 $\Rightarrow b = \sqrt{۲}, b = -۲\sqrt{۲}$

الف) $x^۲ - ۹ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۳$
 $۳x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۳}$

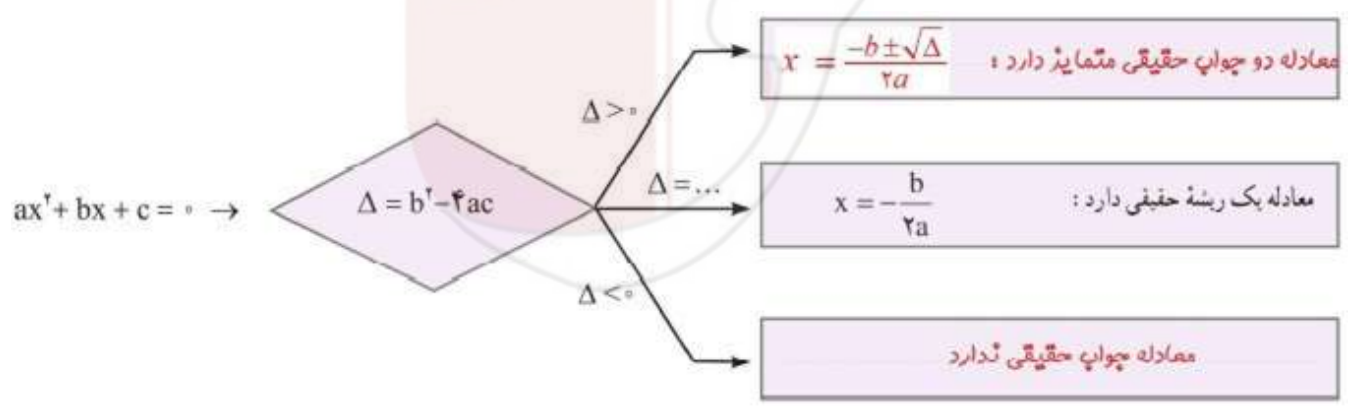
| | | | | |
|-----------|---|----|---------------|---|
| | | -۳ | $\frac{۱}{۳}$ | ۳ |
| $x^۲ - ۹$ | + | • | - | • |
| $۳x - ۱$ | - | - | • | + |
| A | + | • | • | + |

$-x^۲ + ۶x - ۹ = ۰ \xrightarrow{\Delta=۰} x = ۳$
 $x^۲ + x + ۳ = ۰ \xrightarrow{\Delta=-۱۱}$ جواب ندارد

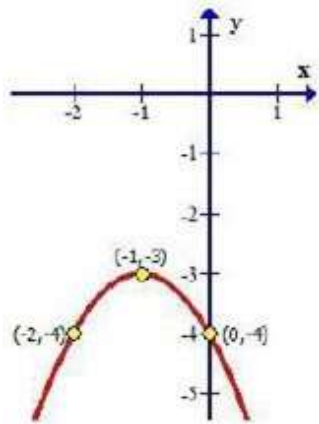
| | | |
|---|--|---|
| | | ۳ |
| | | • |
| | | • |
| | | • |
| B | | • |

$S = a(۴a + ۳) = ۴۵ \Rightarrow ۴a^۲ + ۳a - ۴۵ = ۰ \xrightarrow{\Delta=۷۲۹} a = \frac{-۳ \pm ۲۷}{۸}$

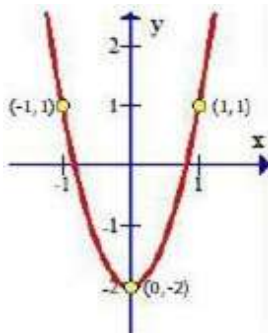
\Rightarrow $a = -\frac{۱۵}{۴}$ غیرقابل قبول
 عرض مستطیل و طول آن است ۵۱۳



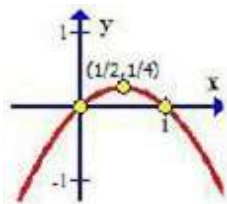
$(a - ۸)^۲ - ۴(a - ۱)(a + ۷) = ۰$
 $-۳a^۲ - ۴۰a + ۹۲ = ۰$
 $a = ۲$ و $a = -\frac{۴۶}{۳}$



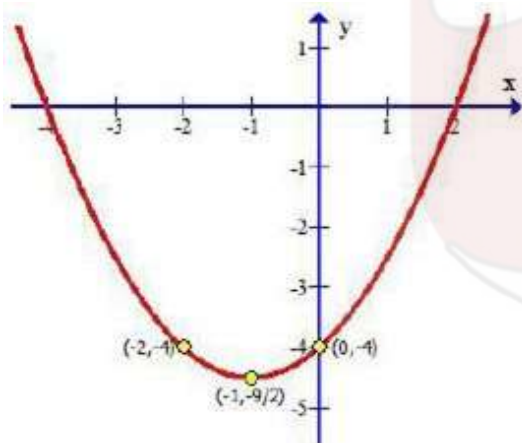
| x | y |
|----|----|
| 0 | -4 |
| -1 | -3 |
| -2 | -4 |



| x | -1 | 0 | 1 |
|---|----|----|---|
| y | 1 | -2 | 1 |



| x | y |
|---------------|---------------|
| 0 | 0 |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 1 | 0 |



| x | -2 | -1 | 0 |
|---|----|----------------|----|
| y | -4 | $-\frac{9}{2}$ | -4 |

ب

ب

ب

$$\frac{2x - 7}{x - 1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x - 7 - x + 1}{x - 1} \leq 0 \Rightarrow \frac{x - 6}{x - 1} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 1 \end{cases}$$

| X | 1 | 6 |
|---------------|---|---|
| $x - 6$ | - | + |
| $x - 1$ | - | + |
| $P(x)$ | + | - |
| $P(x) \leq 0$ | ج | ج |

مجموعه جواب = $(1, 6]$

$$\frac{16 - x^2}{x^2 - 6x - 7} \leq 0 \Rightarrow \frac{(4 - x)(4 + x)}{(x - 7)(x + 1)} \leq 0 \Rightarrow \left(-\infty, -4\right] \cup \left(-1, 4\right] \cup (7, +\infty)$$

الف) $|2x - 1| > 5 \Rightarrow 2x - 1 > 5$ یا $2x - 1 < -5$

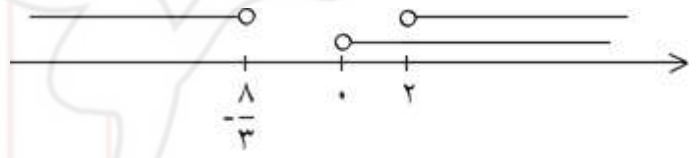
$2x > 6$ یا $2x < -4$

$x > 3$ یا $x < -2$

ب) $|4x - 7| < 11 \Rightarrow -11 < 4x - 7 < 11 \xrightarrow{+7} -4 < 4x < 18 \xrightarrow{\div 4} -1 < x < \frac{9}{2}$

چون سهمی بالای محور x ها می باشد بنابراین باید همواره مثبت باشد در نتیجه دو ویژگی زیر را باید داشته باشد.

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (1) \\ \Delta < 0 \Rightarrow (m + 4)^2 - 4m\left(m + \frac{5}{2}\right) < 0 \Rightarrow m^2 + 8m + 16 - 4m^2 - 10m < 0 \\ \Rightarrow -3m^2 - 2m + 16 < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 3m^2 + 2m - 16 > 0 \Rightarrow \frac{(3m + 8)(3m - 6)}{3} = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{8}{3} \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow m > 2 \text{ یا } m < -\frac{8}{3} \xrightarrow{(1) \cap (2)} m > 2 \end{cases}$$



باید عبارت اول کوچکتر یا مساوی عبارت دوم قرار دهیم.

$$\frac{2x+1}{x+1} \leq \frac{4x}{x-2} + 1 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+1} - \frac{4x}{x-2} - 1 \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2x+1)(x-2) - 4x(x+1) - (x+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - 4x + x - 2 - 4x^2 - 4x - x^2 + x + 2}{x^2 - x - 2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-3x^2 - 6x}{x^2 - x - 2} \leq 0$$

$$-3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow -3x(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

| | | | | |
|---------------|----|----|---|---|
| X | -2 | -1 | 0 | 2 |
| $-3x^2 - 6x$ | - | + | + | - |
| $x^2 - x - 2$ | + | + | - | + |
| P(x) | - | + | - | - |
| $P(x) \leq 0$ | ج | ج | ج | ج |

مجموعه جواب = $(-\infty, -2] \cup (-1, 0] \cup (2, +\infty)$

سهمی محور x ها را در نقطه‌ی ۱ و ۳ قطع کرده است و برای معادله سهمی داریم:

$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow$ محل برخورد با محور x ها x_1, x_2

از نقطه $A(0, 1)$ می‌گذرد $1 = a(0 - 1)(0 + 3) \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}(x - 1)(x + 3) = -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$

الف) $P(x) = \frac{x-1}{4-x^2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

| | | | |
|-----------|----|---|---|
| X | -2 | 1 | 2 |
| $x - 1$ | - | - | + |
| $4 - x^2$ | - | + | - |
| P(x) | + | - | - |

ب) $P(x) = \frac{1}{x-7} + \frac{1}{x-3} = \frac{x-3+x-7}{x^2-10x+21} = \frac{2x-10}{x^2-10x+21} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$

| | | | |
|------------------|---|---|---|
| X | 3 | 5 | 7 |
| $2x - 10$ | - | - | + |
| $x^2 - 10x + 21$ | + | - | + |
| P(x) | - | + | - |

در سهمی داده شده رأس سهمی معلوم است. بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - h)^2 + k \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 1$$

سهمی محور y ها را در نقطه $A(0, 3)$ قطع می‌کند. بنابراین داریم:

$$A(0, 3) \Rightarrow 3 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow 3 = 4a + 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

الف) تابع است؛ به ضلع یک مربع فقط یک محیط را می‌توان نسبت داد.

ب) تابع است؛ در یک زمان معین به هر فرد فقط می‌توان یک دمای بدن را نسبت داد.

ج) تابع است؛ چون به هر فرد فقط یک گروه خونی می‌توان نسبت داد.

د) تابع نیست؛ ممکن است دانش‌آموزی بیش از یک دوست داشته باشد.

ه) تابع نیست؛ اعداد مثبت دارای دو ریشه‌ی دوم هستند.

و) تابع است؛ هر عدد حقیقی فقط دارای یک ریشه‌ی سوم است.

$$\text{الف) } a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = +2 \text{ ق ق} \\ a = -2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} a - 2b = 3 \Rightarrow a = 2b + 3 \\ a^2 - b = 2 \xrightarrow{a=2b+3} (2b+3)^2 - b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4b^2 + 12b + 9 - b - 2 = 0 \Rightarrow 4b^2 + 11b + 7 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = 2(-1) + 3 = 1 \\ b = -\frac{7}{4} \Rightarrow a = 2\left(-\frac{7}{4}\right) + 3 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

باید به ازای مولفه‌های اول برابر، مولفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$2a = a - 7 \Rightarrow a = -7$$

$$\text{الف) } f(2) = 5$$

$$\text{ب) } f(f(1)) = f(4) = 9$$

$$\text{پ) } f(f(2) - f(1)) = f(5 - 4) = f(1) = 4$$

$$\text{ت) } f(3) = 10$$

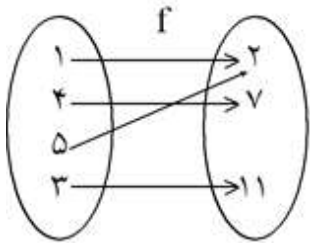
فرض کنیم x طول و y عرض مستطیل باشد، داریم:

$$x = 2y - 3 \Rightarrow 2y = x + 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x + 3)$$

$$(مساحت مستطیل) S = xy = x \times \frac{1}{2}(x + 3) \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2}x(x + 3) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$$

دامنه $D_f = \{1, 2, 3\}$

برد $R_f = \{5, 10, 19\}$



$D_f = \{1, 2, 3, 5\}$

$R_f = \{2, 7, 11\}$

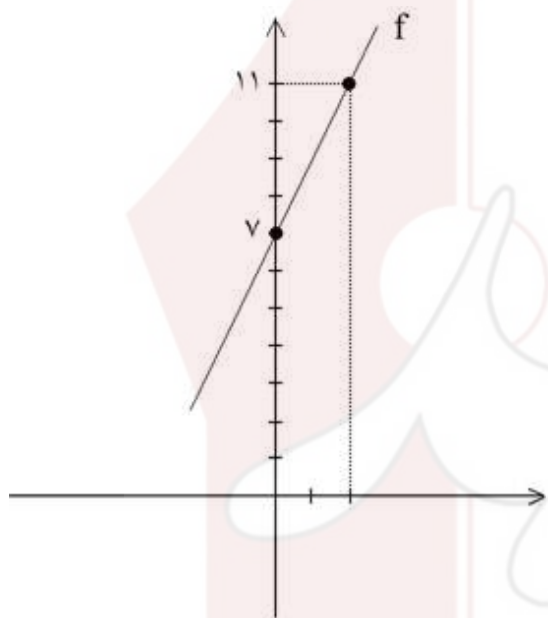
الف) ۴-درجه

ب) ۴۰ سانتی‌گراد

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \Rightarrow F - 32 = \frac{9}{5}C \Rightarrow 5(F - 32) = 9C \quad \text{پ)}$$

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

ت) بله، یک تابع خطی است.



$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 7 \Rightarrow a(0) + b = 7 \Rightarrow b = 7$$

$$f(2) = 11 \Rightarrow a(2) + 7 = 11 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x + 7$$

۸۱) f یک تابع خطی است بنابراین به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(f(x - 1)) = 4x + 4$$

$$f(x - 1) = a(x - 1) + b = ax - a + b$$

$$a^2x - a^2 + ab + b = 4x + 4$$

$$\Rightarrow f(ax - a + b) = a(ax - a + b) + b = 4x + 4$$

$$\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ -a^2 + ab + b = 4 \end{cases} \begin{cases} a = 2 \Rightarrow -4 + 2b + b = 4 \Rightarrow b = \frac{8}{3} \Rightarrow f(x) = 2x + \frac{8}{3} \\ a = -2 \Rightarrow -4 - 2b + b = 4 \Rightarrow b = -8 \Rightarrow f(x) = -2x - 8 \end{cases}$$

$\{2, 5, 10, 17\}$

۸۳ $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین باید ضریب x^1 صفر شود.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = bx + 7$$

تابع گذرنده از $A(1, 9)$ است، بنابراین در ضابطه آن قرار می‌دهیم.

$$A(1, 9) \Rightarrow 9 = b(1) + 7 \Rightarrow b = 2$$

۸۴ $f(x)$ تابع خطی است بنابراین ضریب x^1 صفر است.

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -3x + 9$$

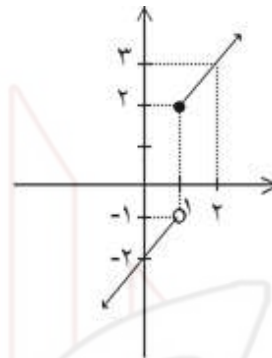
الف) $f(1) = -3(1) + 9 = 6$

ب) $f(4) = -3(4) + 9 = -12 + 9 = -3$

پ) $f(k-1) = -3(k-1) + 9 = -3k + 12$

ت) $f(3t-2) = -3(3t-2) + 9 = -9t + 6 + 9 = -9t + 15$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 1 \\ x-2 & x < 1 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ \hline y & 2 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{c|cc} x & 1 & 0 \\ \hline y & -1 & -2 \end{array}$$



۸۵

$$x > 1 \Rightarrow y = ax + b$$

الف) ۸۶

$$(1, 1) \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$(2, 2) \Rightarrow 2a + b = 2$$

$$x \leq 0 \Rightarrow y = cx + d$$

$$(0, 0) \Rightarrow 0 + d = 0$$

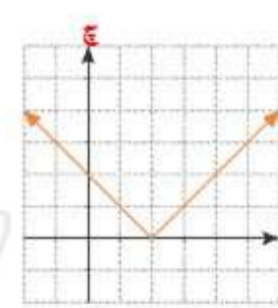
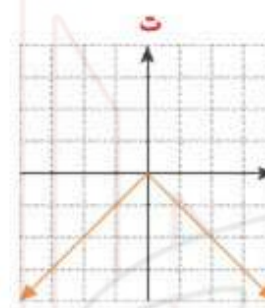
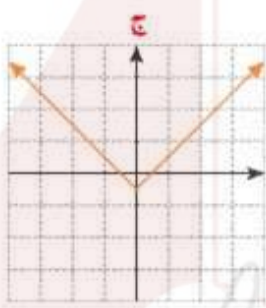
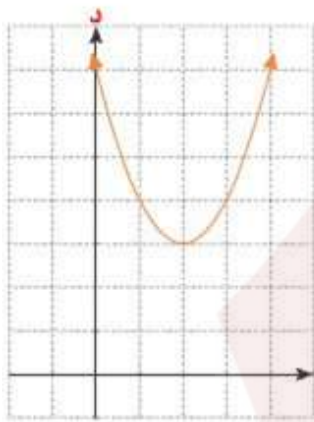
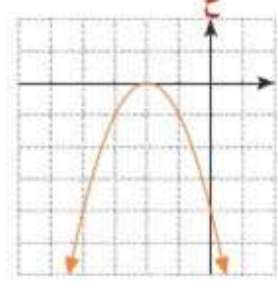
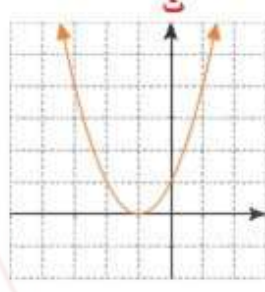
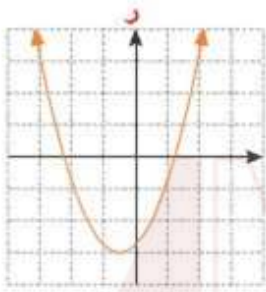
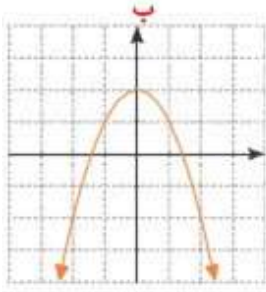
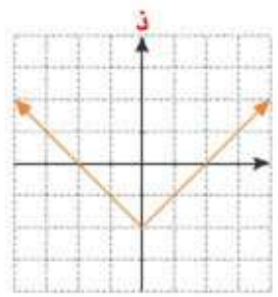
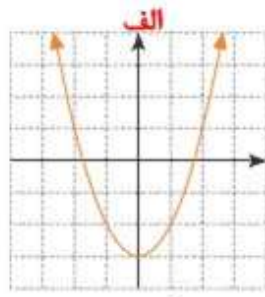
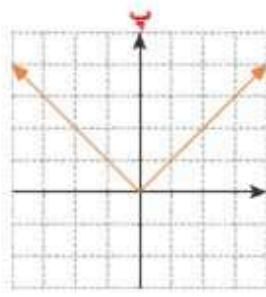
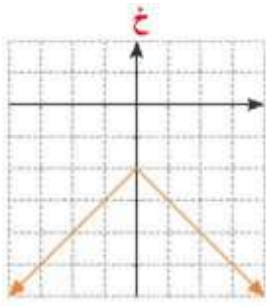
$$(-2, -4) \Rightarrow -2c + d = -4 \Rightarrow d = 0, c = 2 \Rightarrow y = 2x$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & x > 1 \\ 2x & x \leq 1 \end{cases}$$

ب)

$$\text{دامنه } D_f = (-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$$

$$\text{بردار } R_f = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$$



۸۷

محور y ها را در نقطه ای به عرض قطع می کند $y = ax^2 + bx + c \rightarrow A(0, 2)$

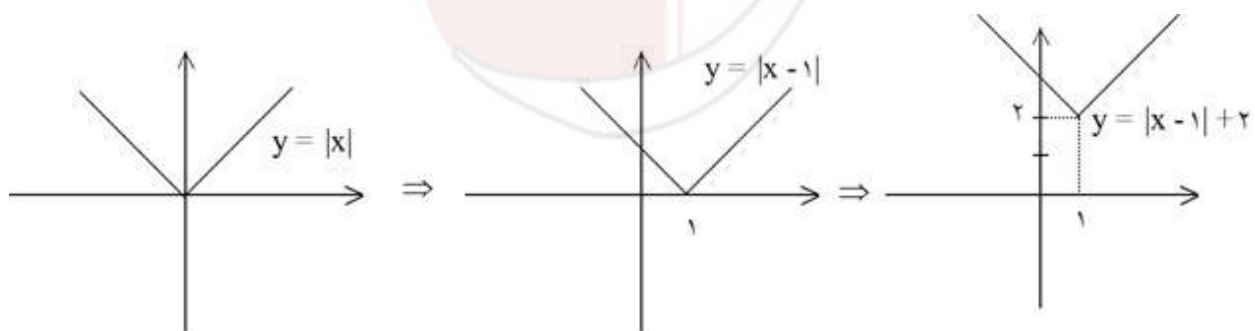
$$\Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

$$B(3, 11) \Rightarrow 11 = a(3)^2 + b(3) + 2 \Rightarrow 9a + 3b = 9 \Rightarrow 3a + b = 3$$

$$C(-1, 7) \Rightarrow 7 = a(-1)^2 + b(-1) + 2 \Rightarrow a - b = 5$$

$$\begin{cases} 3a + b = 3 \\ a - b = 5 \end{cases} \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow y = 2x^2 - 3x + 2$$

۸۸



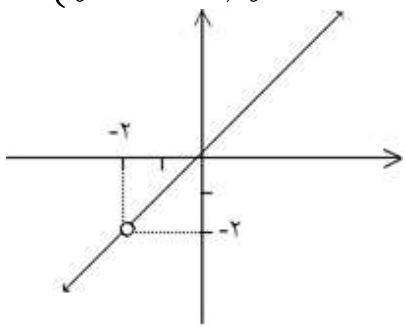
۸۹

$$\begin{cases} D = R \\ R = [2, +\infty) \end{cases}$$

۹۰

$$f(x) = x(x \neq -2) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + b - 7}{x + 2} = x \Rightarrow \cancel{x^2} + ax + b - 7 = \cancel{x^2} + 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b - 7 = 0 \Rightarrow b = 7 \end{cases}$$



$$D = R - \{-2\}$$

۹۱ برای تابع بودن باید $f(2)$ برای هر دو ضابطه برابر باشد.

$$\begin{cases} f(2) = 2a + 1 \\ f(2) = 6 - 7 = -1 \end{cases} \Rightarrow 2a + 1 = -1 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$D \text{ شهر } A \text{ به } = 4 \times 2 + 2 \times 3 = 8 + 6 = 14$$

۹۲

$$5 \times 10 \times 3 \times 2 = 300$$

۹۳ الف

دنده حجم موتور رنگ مدل

$$5 \times 1 \times 3 \times 2 = 30$$

ب

دنده حجم موتور رنگ مدل

$$5 \times 1 \times 3 \times 1 = 15$$

پ

دنده حجم موتور رنگ مدل

$$\underbrace{4 \times 4 \times \dots \times 4}_{10 \text{ بار}} \quad \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{5 \text{ بار}} \rightarrow 2^{25}$$

۹۴ الف

سوالات دو گزینه ای سوالات چهار گزینه ای

$$\underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{10 \text{ بار}} \quad \underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{5 \text{ بار}} \rightarrow 5^{10} \times 3^5$$

ب

سوالات دو گزینه ای سوالات چهار گزینه ای

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (ص ۶)}$$

۹۵

۹۶ الف) رمز یکی از اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ... و یا یکی از ۳۲ حرف الفبای فارسی خواهد بود. بنابراین $۳۲ + ۱۰ = ۴۲$ حالت داریم.

ب) $\begin{array}{|c|c|} \hline \text{حالت } ۱۰ & \text{حالت } ۳۲ \\ \hline \text{گزینه اول} & \text{گزینه دوم} \\ \hline \end{array} \times \rightarrow \text{حالت } ۳۲۰$

یا $\begin{array}{|c|c|} \hline ۱۰ & ۳۲ \\ \hline \text{گزینه اول} & \text{گزینه دوم} \\ \hline \end{array} \times \rightarrow \text{حالت } ۳۲۰$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline ۳۲ & ۱۰ \\ \hline \text{گزینه اول} & \text{گزینه دوم} \\ \hline \end{array} \times \rightarrow \text{حالت } ۳۲۰$
 $\begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline \end{array} \rightarrow \text{حالت } ۶۴۰$

ت) یا $۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$: هر دو عدد باشند
 $۲۶ \times ۲۶ = ۶۷۶$: هر دو حرف باشند
 $\begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline \end{array} \rightarrow ۷۷۶$

ث) $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۱۰ & ۹ & ۲۶ & ۲۵ \\ \hline \text{حروف} & \text{اعداد} & & \\ \hline \end{array} \times \rightarrow \text{حالت } ۵۸۵۰۰$

۹۷ الف) $۲ \times ۴ \times ۳ = ۲۴$ $(۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷)$

ج) $\left. \begin{array}{l} ۴ \times ۳ \times ۱ = ۱۲ \text{ : یکان صفر} \\ ۳ \times ۳ \times ۱ = ۹ \text{ : یکان پنج} \end{array} \right\} \Rightarrow ۱۲ + ۹ = ۲۱$

۹۸ الف)

$\left\{ \begin{array}{l} ۱۸ = ۳ \times ۳ \times ۳ \text{ : بدون صفر} \\ ۱۲ = ۳ \times ۲ \times ۲ \text{ : با صفر} \end{array} \right. \Rightarrow ۱۲ + ۱۸ = ۳۰$
 ب) $۲۴ = ۳ \times ۴ \times ۲$

۹۹ ۱/۲۵ نمره

الف) طبق اصل ضرب $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۱۲۰$
 ب) طبق اصل ضرب $۴ \times ۳ \times ۱ = ۱۲$

ب) جایگشت (ص ۶)
 ت) اولین (ص ۹)

۱۰۰ الف) A (ص ۱۷)
 پ) ترکیب (ص ۳۰)
 ث) ۱ (ص ۵)

الف) $\frac{5}{\text{معلم}} \frac{4}{\text{معلم}} = 5 \times 4 \times 7!$ (۷ نفر بین آن‌ها باشد)

۱۰۱

ب) $\frac{5}{\text{معلم}} = 5 \times 8!$

ما بقی افراد

ج) $\frac{5!}{\text{معلم‌ها}} \frac{4!}{\text{دانش‌آموزها}} = 5! \times 4! \times 2!$
 ۲ نفر ۲ حالت

الف) $4! \times 3!$

۱۰۲

ب) $4! \times 4!$ (مشابه مثال ص ۵۷)

الف) تعداد کل حالتها برابر است با : $6!$

۱۰۳

تعداد کل حالتهایی که در آن با «گل» شروع شود برابر است با : $4!$

ب) $P(6, 4) = \frac{6!}{2!} = 360$

پ) $2! \times 5! = 240$

ت) $2! \times 4 \times 3 \times 3 = 72$

ث) جابه‌جایی کلی گ یا ل و پیرا

$4! \times 2 \times 2! = 96$

الف) $P(n, 4) = 3P(n, 3) \Rightarrow \frac{n!}{(n-4)!} = 3 \times \frac{n!}{(n-3)!} \Rightarrow 3(n-4)! = (n-3)!$

۱۰۴

$\Rightarrow 3(n-4)! = (n-3)(n-4)! \Rightarrow n-3 = 3 \Rightarrow n = 6$

ب) $P(n, 4) = 4P(n-1, 2) \Rightarrow \frac{n!}{(n-4)!} = 4 \times \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} \Rightarrow \frac{n(n-1)!}{(n-4)!} = \frac{4(n-1)!}{(n-3)(n-4)!}$

$\Rightarrow \frac{n}{1} = \frac{4}{n-3} \Rightarrow n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow (n-4)(n+1) = 0 \begin{cases} n = 4 \text{ ق ق} \\ n = -1 \text{ غ ق} \end{cases}$

$\binom{5}{3} \times \binom{6}{1} = 10 \times 6 = 60$

الف) ۱۰۵

$\binom{6}{3} \binom{5}{1} + \binom{6}{4} = 20 \times 5 + 15 = 115$

ب)

$\binom{5}{2} + \binom{7}{1} = 10 \times 7 = 70$

الف) ۱۰۶

$\binom{4}{1} \binom{8}{2} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{4}{3} = 4 \times 28 + 6 \times 8 + 4 = 164$

ب)

۱۰۷ الف

$$\binom{4}{3} = 4$$

$$\binom{7}{2} + \binom{4}{1} = 21 \times 4 = 84$$

ب

۱۰۸ ابتدا ۴ نفر انتخاب می‌کنیم و سپس ۴ خودکار متمایز را بین آنها جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{8}{4} \times 4! = \frac{8!}{4!}$$

(مثال پایین ص ۷۸)

۱۰۹

$$\text{الف} \binom{10}{3} = 120$$

ب) اگر این دو ادویه استفاده شوند، ادویه سوم از ۸ ادویه باقیمانده انتخاب خواهد شد و در نتیجه:

$$\text{تعداد حالات وجود دو ادویه با هم} = \binom{8}{1}$$

تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده می‌شوند - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده نشود

$$= \binom{10}{3} - \binom{8}{1} = 120 - 8 = 112$$

تعداد حالاتی که هر سه استفاده شده - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که هر سه نباید استفاده شوند پ)

$$= \binom{10}{3} - \binom{3}{3} = 120 - 1 = 119$$

ت) هر سه ادویه باید از دسته‌ی اول انتخاب شده یا هر سه ادویه از دسته‌ی دوم انتخاب شوند. بنابراین:

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20$$

$$\text{الف} S = \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6), (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\}$$

۱۱۰

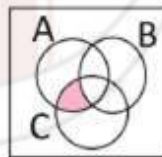
$$\text{ب} A = \{(p, 1), (p, 3), (p, 5)\} \text{ (ص ۱۱۴)}$$

$$\text{الف} \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6), (r, r, r), (r, p, r), (r, r, p), (r, p, p)\}$$

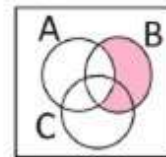
۱۱۱

$$\text{ب} \{(p, 2), (p, 4), (p, 6)\}$$

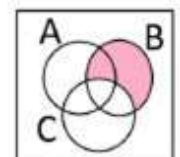
$$\text{پ} \{(r, r, r), (r, p, r), (r, r, p)\}$$



الف



ب



ج

۱۱۲

$$\text{الف} n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$\text{ب} A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

$$\text{پ} B = \{(3, 5), (5, 3), (6, 5), (5, 6)\}$$

$$\text{ت} A - B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$$

۱۱۳

$$n(S) = ۳۶$$

$$A = \{(۴, ۶), (۶, ۴), (۵, ۵)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲} \quad \text{(الف)}$$

$$B = \{(۳, ۲), (۳, ۴), (۳, ۶)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲} \quad \text{(ب)}$$

$$C = \{(۶, ۴), (۴, ۶)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸} \quad \text{(ج)}$$

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

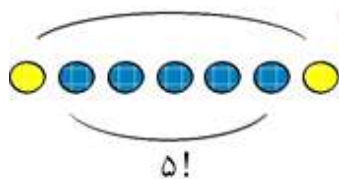
$$A = \{(۱, ۴), (۴, ۱), (۲, ۳), (۳, ۲)\} \Rightarrow n(A) = ۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$



$$\text{الف) } P(A) = \frac{۶! \times (۲!)}{۷!} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۷}$$

۲ حالت جابه جایی برادرها



$$\text{ب) } P(B) = \frac{۵! \times ۲}{۷!} = \frac{۱}{۲۱}$$

$$\text{الف) } P(A) = \frac{\binom{۳}{۲} \times \binom{۲}{۰}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۳ \times ۱}{۱۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{\binom{۳}{۲} \times \binom{۲}{۰} + \binom{۳}{۰} \times \binom{۲}{۲}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۳ + ۱}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

$$\text{پ) } P(C) = \frac{\binom{۳}{۱} \times \binom{۲}{۱}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۳ \times ۲}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

$$P(A) = ۰/۳۶ \quad P(B) = ۰/۴۷ \quad P(A \cap B) = ۰/۱۵$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = ۰/۳۶ + ۰/۴۷ - ۰/۱۵ = ۰/۶۸$$

$$P(A) = 0/5, P(B') = 0/3, P(A \cap B) = 0/2$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0/5 = 0/5$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0/3 = 0/3$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/5 - 0/2 = 0/3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/3 - 0/2 = 1$$

قسمت دوم

$$P(A) = 0/3, P(B) = 0/4, P(A - B) = 0/6$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0/3 = 0/3$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0/4 = 0/4$$

$$P(A \cap B) = P(A) - P(A - B) = 0/3 - 0/2 = 0/1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/3 + 0/4 - 0/1 = 0/6$$

| P(A) | P(B) | P(A') | P(B') | P(A - B) | P(A ∩ B) | P(A ∪ B) |
|------|------|-------|-------|----------|----------|----------|
| 0/5 | 0/3 | 0/5 | 0/3 | 0/3 | 0/2 | 1 |
| 0/3 | 0/4 | 0/3 | 0/4 | 0/2 | 0/1 | 0/6 |

(ب) اندازه

۱۲۰ الف) اندازه‌گیری یا سنجش

(پ) جعبه‌ای

۱۲۱ جمع‌آوری اعداد و ارقام ← سازماندهی و نمایش ← تحلیل و تفسیر داده‌ها ← نتیجه‌گیری و قضاوت و پیش‌بینی

مناسب

(د) کمی نسبتی

(ج) کمی فاصله‌ای

(ب) کیفی ترتیبی

۱۲۲ الف) کیفی اسمی

۱۲۳ متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری هستند متغیرهای کمی می‌گویند. کمی پیوسته و کمی گسسته.

(د) کمی فاصله‌ای

(ج) کیفی اسمی

(ب) کمی نسبی

۱۲۴ الف) کیفی ترتیبی

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

