



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

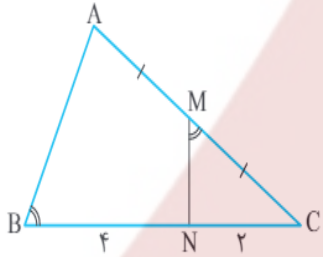
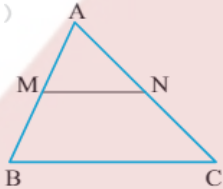
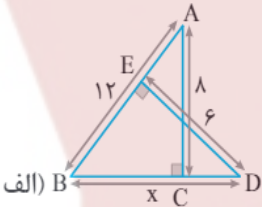
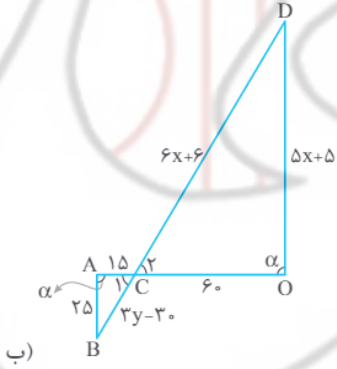
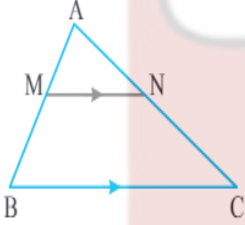
امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

بارم	سوالات	ردیف
	نام دبیر: آقای گروسی تاریخ امتحان: زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی: پایه: دهم رشته: ریاضی
1.5	عکس قضیه‌های زیر را بنویسید. (الف) در هر مربع قطرهما عمودمنصف یکدیگر هستند. (ب) فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است. (ج) هر نقطه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است. عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کنید.	1
1		2
1	مستطیلی رسم کنید که طول هر قطر آن ۸ باشد.	3
1.5	مثلث ABC با طول اضلاع $AB = 2$ ، $AC = 4$ و $BC = 5$ را رسم کنید.	4
1	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه خارج از یک خط نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن رسم کرد.	5
1.5	با استدلال استنتاجی ثابت کنید سه عمودمنصف هر مثلث هم‌رس هستند.	6
1.5	ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.	7
2	در شکل‌های مقابل مقادیر مجهول را بیابید. (الف)  (ب) 	8
1	در شکل مقابل می‌دانیم $BC \parallel DE$ و $BE \parallel DF$ ، به کمک قضیه تالس ثابت کنید: (به عبارت دیگر AE واسطه هندسی بین AC و AF است.) $AE^2 = AC \cdot AF$ 	9



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

<p>نام دبیر: آقای گروسی تاریخ امتحان: زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه</p>	<p>امتحانات نوبت اول نام درس: هندسه ۱</p>	<p>نام و نام خانوادگی: پایه: دهم رشته: ریاضی</p>
<p>1.5</p>	<p>در مثلث ABC، از نقطه M وسط AC زاویه NMC را مساوی زاویه B جدا کرده ایم. اگر $NC = 2$ و $NB = 4$، طول AC را به دست آورید.</p> 	<p>10</p>
<p>1.5</p>	<p>با استفاده از برهان خلف عکس قضیه تالس را اثبات کنید.</p>  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \rightarrow MN \parallel BC$	<p>11</p>
<p>2</p>	<p>در شکل های مقابل مقدار X و Y را بیابید.</p>  	<p>12</p>
<p>1</p>	<p>اندازه محیط دو مثلث به ترتیب ۱۰ و ۱۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگ تر ۱۵ باشد مساحت مثلث کوچک تر را بیابید.</p>	<p>13</p>
<p>2</p>	<p>در شکل روبه رو $MN \parallel BC$ است و مساحت دوزنقه MNCB هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ را به دست آورید.</p> 	<p>14</p>
<p>۲۰</p>	<p>موفق باشید</p>	



نام و نام خانوادگی :
پایه : دهم
رشته : ریاضی

امتحانات نوبت اول

نام درس : هندسه 1

نام دبیر : آقای گروسی
تاریخ امتحان :
زمان پاسخگویی : 100 دقیقه

1 الف) اگر در یک چهارضلعی قطرها عمودمنصف یکدیگر باشند، آن

چهارضلعی مربع است. (0/25)

ب) اگر نقطه‌ای از هر دو ضلع یک زاویه، فاصله مساوی داشته باشد، بر

روی نیمساز آن قرار دارد. (0/25)

ج) اگر فاصله نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط مساوی باشد، آن نقطه بر

روی عمودمنصف پاره‌خط مفروض قرار دارد. (0/25)

3 ابتدا مستطیل را رسم شده فرض می‌کنیم.

در مستطیل قطرها مساوی و نصف یکدیگرند.

بنابراین $OA = OB = OD = OC = 4$ می‌باشد.

بنابراین گام زیر را برای رسم این دایره انجام می‌دهیم:

1. دو خط متقاطع d_1 و d_2 را رسم می‌کنیم. نقطه تقاطع این دو خط

را O می‌نامیم. (0/25)

2. به مرکز O و شعاع 4 دایره‌ای رسم می‌کنیم تا این دو خط d_1 و

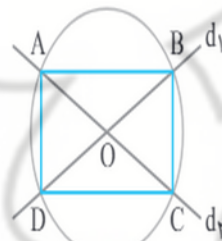
d_2 را در چهار نقطه قطع کنند. (0/25)

3. این چهار نقطه را D, C, B, A می‌نامیم

و به هم وصل می‌کنیم تا چهار ضلعی

$ABCD$ پدید آید. (0/25)

(0/5)



می‌دانیم هر نقطه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن به یک فاصله است.

برای رسم یک خط نیاز به دو نقطه از آن خط داریم.

برای رسم نقاطی که فاصله یکسانی از یک نقطه (مرکز) دارند باید کمائی به مرکز نقطه مورد نظر رسم کنیم.

بنابراین برای رسم عمودمنصف 3 گام زیر را انجام می‌دهیم:

1. به مرکز A و شعاع بیش از $\frac{AB}{2}$ کمائی رسم می‌کنیم. (0/25)

2. به مرکز B و به همان شعاع قبلی کمائی دیگر رسم می‌کنیم. (0/25)

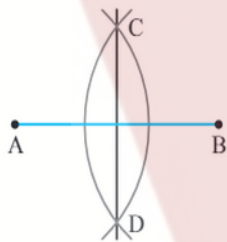
3. محل برخورد این دو کمان، دو نقطه از

عمودمنصف خواهد بود. با وصل کردن این نقاط

(D, C) عمودمنصف رسم می‌شود. (0/25)

اگر شعاع کمان‌ها کم‌تر و یا مساوی $\frac{AB}{2}$ رسم

شود، دو کمان برخوردی با یکدیگر ندارند. (0/25)



4 برای رسم یک مثلث با داشتن اضلاع آن 4 گام زیر را انجام

می‌دهیم.

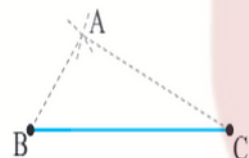
1. پاره‌خط $BC = 5$ را رسم می‌کنیم. (0/25)

2. نوک پرگار را بر روی B قرار داده و کمائی به طول 2 رسم می‌کنیم. (0/25)

3. نوک پرگار را بر روی C قرار داده و کمائی به طول 4 رسم می‌کنیم. (0/25)

4. نقطه تلاقی کمان‌های گام 2 و 3 نقطه A

را پدید می‌آورد. (0/25)



5 الف) فرض می‌کنیم حکم برقرار نیست (0/25)، بنابراین:

از یک نقطه خارج از یک خط می‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد. در نتیجه داریم:

(ب) می‌دانیم مجموع زوایای یک مثلث 180° است.

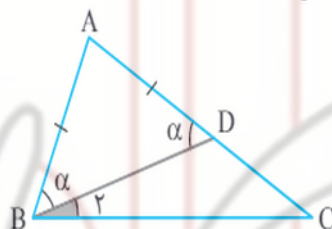
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ} \hat{A} + 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 0^\circ \quad (0/5)$$

$\hat{A} = 0^\circ$ نمی‌تواند رخ دهد، بنابراین نقیض حکم نادرست است، پس خود حکم صحیح است. (0/25)



7 به دلیل آن که $AC > AB$ است، پس می‌توان نقطه D را چنان بر روی AC اختیار کرد که $AB = AD$ شود. (0/5)



فرض	$AC > AB$
حکم	$\hat{B} > \hat{C}$

مثلث ABD متساوی‌الساقین می‌باشد، بنابراین:

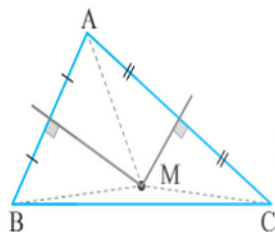
(ب) $\triangle ABD: \hat{B}_1 = \hat{D} = \alpha \quad (0/5)$

می‌دانیم اندازه زاویه خارجی هر مثلث از زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle BCD: \text{زاویه خارجی } \hat{D} > \hat{C} \Rightarrow \alpha > \hat{C} \\ \hat{B} = \alpha + \hat{B}_1 > \alpha \Rightarrow \hat{B} > \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \quad (0/5)$$

6 عمودمنصف اضلاع AB و AC را رسم

می‌کنیم تا در نقطه M یکدیگر را قطع کنند. آن‌گاه ثابت می‌کنیم عمودمنصف ضلع BC نیز از M می‌گذرد.



می‌دانیم فاصله هر نقطه بر روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط یکسان است. بنابراین: (0/25)

$$AC \text{ عمودمنصف } M \Rightarrow AM = MC \quad (0/25)$$

$$AB \text{ عمودمنصف } M \Rightarrow AM = BM \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow MB = MC \xrightarrow{\text{ویژگی عمودمنصف}} BC$$

M بر روی عمودمنصف قرار دارد. (0/25)

8 الف)

$$\triangle ABC: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{جزء به جزء}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری}} \frac{x}{3} = \frac{2x-0/5}{4/5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{4x-1}{9} \quad (0/25) \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 9x = 3(4x-1)$$

$$9x = 12x - 3 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = 1 \quad (0/25)$$

$$\triangle ABC: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{جزء به جزء کل}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری}} \frac{2x+1}{2x+5} = \frac{x+1}{x+4} = \frac{y+1}{8}$$

(1) (2) (3)

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{2x+1}{2x+5} = \frac{x+1}{x+4}$$

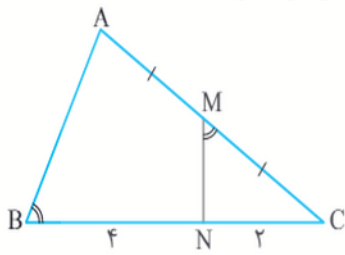
$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (2x+1)(x+4) = (2x+5)(x+1) \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 8x + x + 4 = 2x^2 + 2x + 5x + 5 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(2),(3)} \frac{x+1}{x+4} = \frac{y+1}{8} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}+4} = \frac{y+1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{y+1}{8} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{y+1}{8} \Rightarrow y = \frac{5}{3} \quad (0/25)$$

10 دو مثلث ABC و MNC را در نظر بگیرید:

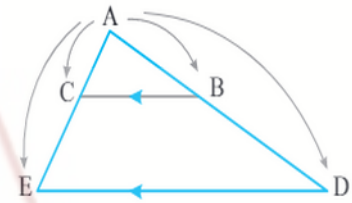


$$\begin{cases} \hat{NMC} = \hat{ABC} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle NMC \sim \triangle ABC \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{MN}{AB} = \frac{MC}{BC} \quad (0/25)$$

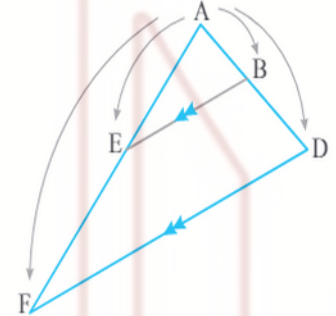
$$\Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{MC}{BC} \xrightarrow{(0/25)} \frac{AC}{2} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{2}{AC} = \frac{AC}{12} \Rightarrow AC^2 = 24$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \quad (0/5)$$



$$\triangle ADE : BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \quad (1) \quad (0/5)$$

$$\triangle ADF : BE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD} \quad (2) \quad (0/5)$$



$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow AE^2 = AC \cdot AF \quad (0/5)$$

12 الف) به دو مثلث ABC و BDE توجه کنید:

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{B} = \text{مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle ABC \sim \triangle BDE \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{DE} = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DE} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{DE} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12 \times 6}{8} = 9 \quad (0/5)$$

ب) دو مثلث ABC و COD متشابه هستند:

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{A} = \hat{O} = \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle ABC \sim \triangle COD \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{25}{5x+5} = \frac{3y-30}{6x+6} = \frac{15}{6} \quad (0/25)$$

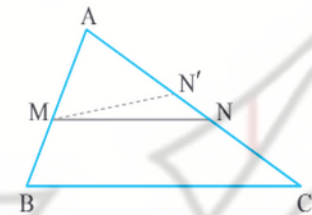
$$\frac{25}{5x+5} = \frac{15}{6} \Rightarrow \frac{25}{5x+5} = \frac{1}{4} \Rightarrow 5x+5 = 100 \Rightarrow x = 19$$

$$\frac{25}{5x+5} = \frac{3y-30}{6x+6} \xrightarrow{x=19} \frac{25}{100} = \frac{3y-30}{120} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{y-10}{40} \Rightarrow y-10 = 10 \Rightarrow y = 20 \quad (0/25)$$

فرض	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
حکم	$MN \parallel BC$

برای استفاده از برهان خلف از گام‌های زیر بهره می‌گیریم:

- فرض می‌کنیم حکم برقرار نیست. پس از نقطه M پاره خط MN' را موازی BC رسم می‌کنیم. (0/5)
- با استفاده از قضیه تالس داریم:



$$\triangle ABC : MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

از مقایسه این تناسب با فرض مسئله ($\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$) نتیجه می‌گیریم:

$$(0/5) \quad AN = AN'$$

بنابراین N بر N' منطبق است و MN همان MN' است که موازی BC است. (0/5)

$$\frac{\text{محیط مثلث کوچکتر}}{\text{محیط مثلث بزرگتر}} = k^2$$

محیط مثلث بزرگتر

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{\text{مساحت مثلث کوچکتر}}{15} = \left(\frac{5}{9}\right)^2 \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \frac{\text{مساحت مثلث کوچکتر}}{15} = \frac{25}{81}$$

$$\text{مساحت مثلث کوچکتر} = \frac{25 \times 15}{81} = \frac{125}{27} \quad (0/25)$$

14

فرض	$MN \parallel BC, S_{MNCB} = 8S_{AMN}$
حکم	$\frac{MB}{NA} = ?$

مساحت مثلث AMN را برابر S و مساحت ذوزنقه $MNCB$ برابر $8S$

خواهد شد، پس: $S_{\Delta ABC} = S_{AMN} + S_{MNCB} = S + 8S = 9S \quad (0/25)$

دو مثلث AMN و ABC به حالت (زز) متشابه‌اند. $(0/25)$ بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{AM}{AB} = k \\ \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S}{9S} = k^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (0/5)$$

می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{AM}{AB - AM} = \frac{1}{3-1}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2 \quad (0/5)$$