



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

ردیف	سوالات	بارم
	نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم رشته : تجربی	نام دبیر : آقای صوابی تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۱۷ زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه
	امتحانات نوبت اول نام درس : ریاضی ۲	
۱	مثلت ABC با رئوس $A = (1, 3), B = (-2, 2), C = (-1, -5)$ مفروض است: الف) طول اضلاع مثلث را بیابید ب) طول میانه وارد بر ضلع BC را بیابید. پ) طول ارتفاع وارد بر ضلع AC را بیابید ت) معادله عمود منصف وارد بر ضلع AC را بنویسید. ث) مساحت مثلث را بدست آورید.	۲.۵
۲	معادله های زیر را با استفاده از تغییر متغیر حل کنید. $(x^2 - 1)^4 - 2(x^2 - 1)^2 + 1 = 0$	۱
۳	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $3 + 2\sqrt{2}$ و $3 - 2\sqrt{2}$ باشد.	۱
۴	در شکل زیر، نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ رسم شده است. الف) علامت ضرایب a, b, c را مشخص کنید. ب) $f(x) = 0$ چند جواب دارد؟ پ) آیا این سهمی نمودار تابع یک به یک را نشان می دهد؟ چرا؟	۱
۵	معادلات زیر را حل کنید. الف) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1}$ ب) $4 + \sqrt{2x-1} = x + 2$	۱.۵
۶	با فرض پاره خط AB به طول ۴ سانتی متر به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) طریقه رسم عمود منصف این پاره خط را با کمک خط کش و پرگار توضیح دهید. ب) نقطه C به فاصله ۱ سانتی متر خارج از پاره خط AB واقع است. طریقه رسم خطی عمود از این نقطه بر پاره خط AB با کمک خط کش و پرگار را توضیح دهید. پ) چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۱ سانتی متر و از B به فاصله ۲ سانتی متر باشد؟	۲
۷	ابتدا استدلال های استنتاجی و استقرایی را توضیح دهید و سپس به کمک هر دو ثابت کنید مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.	۱.۵
۸	آیا می توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد؟ (اثبات با برهان خلف)	۰.۵



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :		نام دبیر : آقای صوابی	
پایه : یازدهم		تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۱۷	
رشته : تجربی		زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه	
نام درس : ریاضی ۲		امتحانات نوبت اول	
۹	در شکل زیر با فرض $(MN \parallel BC)$ مقادیر x و y را بیابید.	۱	
۱۰	در شکل زیر زوایای C و E برابرند. ابتدا ثابت کنید مثلث های AED و ABC متشابه هستند و سپس مقدار x را بیابید.	۱	
۱۱	اگر در مثلث قائم الزاویه روبرو $BC = 10$ و $BH = 9$ باشد، مقادیر AH ، AB و AC و مساحت مثلث را بدست آورید.	۱	
۱۲	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ و $g(x) = x + 2$ مساوی هستند؟ چرا؟	۱	
۱۳	نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد هر یک را بنویسید. (موارد الف و ب را با توجه به انتقال توابع $y = \sqrt{x}$ و $y = \frac{1}{x}$ رسم نمایید.)	۳	الف) $y = 3 + \frac{1}{x+1}$ ب) $y = 1 - \sqrt{x-2}$ پ) $y = \frac{1}{2}([x] - 2) \quad -2 \leq x < 2$
۱۴	ضابطه ی تابع وارون $f(x) = \sqrt{3x - 2}$ را بنویسید و مقدار $f^{-1}(3)$ را بیابید.	۱	
۱۵	الف) دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را بدست آورده و به صورت زوج مرتب بنویسید. اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g = \{(0, 4), (1, 5), (2, 0), (3, -1), (5, 6), (6, 3), (8, 0)\}$ دو تابع باشند، ب) مقدار $(2f - 5g)(3)$ را بدست آورید.	۱	
۲۰	موفق باشید		

۱)

الف) $AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$
 $AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$
 $BC = \sqrt{(-1+2)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$

ب)

نقطه وسط BC: $(\frac{-2-1}{2}, \frac{2-5}{2}) = (-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$
 $AM = \sqrt{(-1+\frac{3}{2})^2 + (-3+\frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

ب)

معادله خط AC $\rightarrow m = \frac{y_c - y_A}{x_c - x_A} = \frac{-5-3}{-1-1} = 4$

$y = 4(x-1) + 3 \Rightarrow y = 4x - 1 \rightarrow y - 4x + 1 = 0$

ارتفاع BH
 فاصله نقطه از خط
 نقطه مورد نظر B

$\frac{|-4x - 2 + 2x + 1|}{\sqrt{(-4)^2 + 1^2}} = \frac{11}{\sqrt{17}}$

ت)

شیب عمود منصف
 معادله و قیاس است AC

$m' = -\frac{1}{4}$ $y = -\frac{1}{4}(x) - 1 \rightarrow y = -\frac{1}{4}x - 1$
 نقطه وسط AC
 $(\frac{-1-1}{2}, \frac{3-5}{2})$

ث) $S = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{\frac{11}{\sqrt{17}} \times \sqrt{68}}{2} = 11$

۲)

$(x^2 - 1)^2 = u \rightarrow u^2 - 2u + 1 = 0$
 $(u - 1)^2 = 0 \rightarrow u = 1$

$(x^2 - 1)^2 = 1$
 $x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \checkmark$
 $x^2 - 1 = -1 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \checkmark$

۳)

$$S = 4$$

$$x^2 - 5x + P = 0$$

$$P = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 9 - 8 = 1$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

۴)

دعاوند به سمت راست $a < 0$

الف)

شماره معده y را در بعضی مثبت قطع کرده است $c > 0$

$$x \text{ راس} < 0 \rightarrow -\frac{b}{2a} < 0 \rightarrow b < 0$$

ب)

۲ جواب

ج)

خیر، بر اساس آزمون خط افق هر خط موازی معده x موهی را در دو نقطه قطع می کند

د)

الف) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1}$

$$PP' = x(x-1)(x+1)$$

در دو طرف ضرب می کنیم

$$x(x-1)(x+1) \frac{1}{x+1} + x(x-1)(x+1) \frac{1}{x} = x(x-1)(x+1) \frac{1}{x-1}$$

$$x^2 - x + x^2 - 1 = x^2 + x$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 4 = 8$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

ب)

$$4 + \sqrt{4x-1} = x+2$$

$$\sqrt{4x-1} = x-2 \xrightarrow{\text{توان دوم}} 4x-1 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0$$

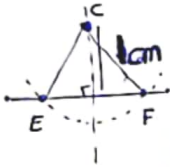
تست جواب می کنیم $x=1$ / $x=5$
 \times / \checkmark

4)

الف) دهانه پرلار را بیضی از نصف طول AB (2cm) باز کرده، یک بار ب مرکز A و بار دیگر ب مرکز B همانی رسم دو کمان یکدیگر را در دو نقطه M و N قطع می کنند. از آن جا که این دو نقطه از دو سر پاره خط یکد حاصل هستند، روی عمود منصف بوده و با وصل آن ها ضلع مورد نظر حاصل می شود.



ب) ب مرکز C و با شعاع بیشتر از فاصله P تا ضلع (1cm) دایره ای رسم می کنیم تا خط را در نقاط E و F قطع کند سپس عمود منصف EF را رسم می کنیم. از آن جا که CE=CF (شعاع دایره) است. پس نقطه C، بر روی عمود منصف EF قرار دارد و با رسم خطی از C، خط عمود حاصل می شود.



ج) کمانی ب مرکز A و شعاع 1cm و کمان دیگری ب مرکز B و شعاع 2cm می رسم. این دو کمان هیچکدام را قطع نمی کنند. پس نقطه ای با چنین ویژگی وجود ندارد.

7) استدلال استقرایی: نتایج گویا بر پایه حدس ه کانه و تعداد محدودی آزمایش که ممکن است نتایج درست باشد یا نباشد. نتایج گویا از جز به کل

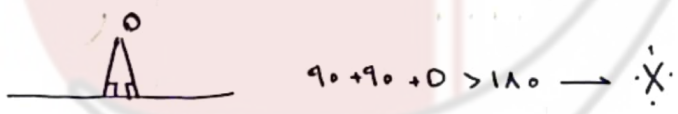
استدلال استنتاجی: نتایج گویا بر پایه احتمالی که از قبل ثابت شده که نتایج آن قطعی است و نتایج گویا از کل به جز است

انبات به روش استنتاجی

$\begin{aligned} & \text{عدد فرد} \quad \text{عدد فرد اول} \\ & 2k+1 + 2k+3 \\ & = 4k+4 = 2(2k+2) = 2k' \end{aligned}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1+3=4 \text{ (مشاهده 1)} \\ 3+5=8 \text{ (مشاهده 2)} \\ 1+5=6 \text{ (مشاهده 3)} \\ \vdots \end{array} \right.$	انبات به روش استقرایی:	

نتیجه گیری زوج است

8) فرض می کنیم حکم نادرست باشد. از نقطه دلخواه دو خط عمود رسم می کنیم که در این صورت تشکیل مثلثی می دهد که دو زاویه قائمه دارد. لذا مجموع زوایای داخلی مثلث بیس از 180° می شود و این غیر ممکن است. پس حکم ما درست است



9)

تقسیم تالس :

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AN}{NB} \rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow \underline{x = 6}$$

تقسیم تالس :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{9}{15} = \frac{4}{10} = \frac{xy-1}{8} = \frac{3}{5}$$

$$\rightarrow \frac{2x}{5} + 1 = 2y \rightarrow \frac{2x}{5} = 2y$$

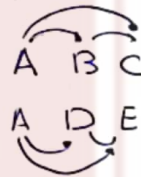
$$\underline{y = 2x}$$

10)

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{E} \\ \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{cases}$$

طبق اصل سزاویہ
دو مثلث متشابهند

$$\triangle ABC \cong \triangle AED$$



$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE} \rightarrow \frac{x+5}{5} = \frac{x+3}{x-1}$$

تفصیل در صورت

$$\frac{x}{5} = \frac{x+3-x+1}{x-1} = \frac{4}{x-1}$$

$$x(x-1) = 5 \times 4 \rightarrow \underline{x = 5}$$

11)

$$AH^2 = BH \times CH = 9 \times (10-9) = 9 \rightarrow AH = 3$$

$$AB^2 = BH \times BC = 9 \times 10 = 90 \rightarrow AB = \sqrt{90}$$

$$AC^2 = BC \times CH = 10 \times 1 = 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

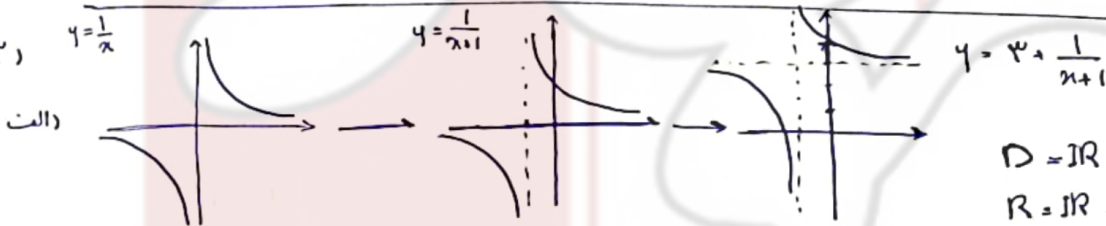
$$S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3 \times 10}{2} = 15$$

12)

$$D_f \neq D_g \rightarrow \begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{2\} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases}$$

ضیر، زیرا دامنه دو تابع باهم برابر نیست

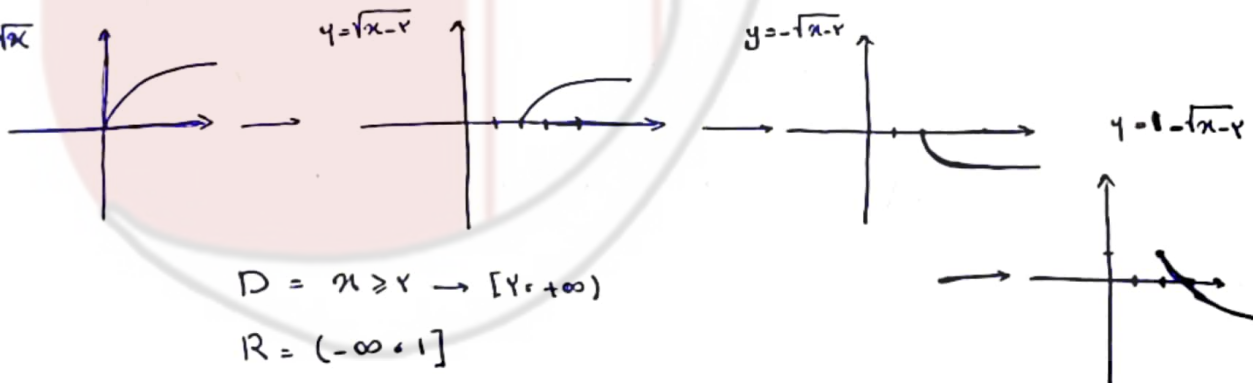
13)



$$D = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$R = \mathbb{R} - \{3\}$$

ب) $y = \sqrt{x-2}$

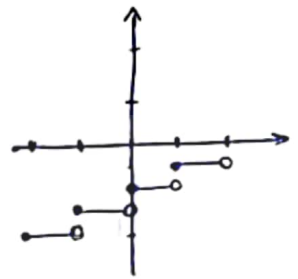


$$D = x \geq 2 \rightarrow [2, +\infty)$$

$$R = (-\infty, 1]$$

۱۳)

$$y = \frac{1}{4} ([x] - 2) = \begin{cases} \frac{1}{4}(-2-2) & -2 \leq x < -1 \\ \frac{1}{4}(-1-2) & -1 \leq x < 0 \\ \frac{1}{4}(0-2) & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{4}(1-2) & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



$$D = [-2, 2)$$

$$R = [-2, -\frac{1}{4}]$$

۱۴)

جای x و y را
عوض می کنیم

$$x = \sqrt{3y - 2} \rightarrow x^2 = 3y - 2$$

$$x^2 + 2 = 3y \rightarrow y = \frac{x^2 + 2}{3} = f^{-1}(x)$$

$$f^{-1}(3) = \frac{3^2 + 2}{3} = \frac{11}{3}$$

۱۵)

الف

$$D_{g/p} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = \{3, 2, 4, 8\} - \{3\} = \{2, 4, 8\}$$

$$D_g = \{0, 1, 2, 3, 2, 4, 8\}$$

$$D_f = x \geq 3$$

$$\{x \mid f(x) = 0\} = \{3\}$$

$$D_g \cap D_f = \{3, 2, 4, 8\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{4}}, 0 \right\}$$

$$b) \quad 2f(2) - 2g(2) = 2 \times 0 - 2 \times (-1) = 2$$