



۱ مساحت مثلث ABC را حساب کنید.

$$A \begin{vmatrix} 4 \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 7 \\ -2 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} -1 \\ 5 \end{vmatrix}$$

۲ معادله عمودمنصف پاره خط AB را حساب کنید.

$$A \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$$

۳ مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$ ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

۴ در معادله $x^2 - x - 5 = 0$ اگر α و β ریشه‌ها باشند، بدون یافتن ریشه‌ها $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ را حساب کنید.

۵ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5$

ب) $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x+1} = 2$

۶ علی یک کار را در ۱۰ روز انجام می‌دهد و همین کار را به کمک رضا در ۴ روز انجام می‌دهد. رضا به تنهایی این کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

۷ با رسم شکل ثابت کنید فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه برابر است.

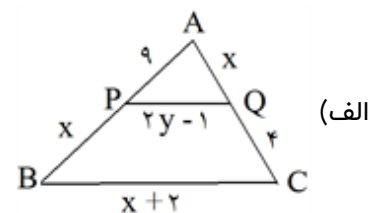
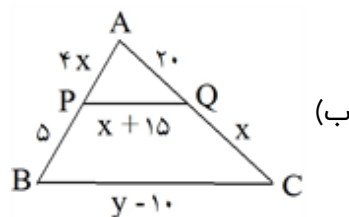
۸ در هر مورد، مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را به دست آورید.

ب) $\frac{3a+10}{10+2a} = \frac{3b+7}{7+2b}$

الف) $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$

۹ قضیه‌ی دوشرطی را تعریف کنید و مثال بزنید.

۱۰ در شکل‌های زیر، PQ با BC موازی است، مقادیر x و y را محاسبه کنید.



$$A: 4 \quad 1$$

$$B: 7 \quad -2$$

$$C: -1 \quad 5$$

$$A: 4 \quad 1$$

$$\text{قرمز} = -8 + 35 - 1 = 26$$

$$\text{آبی} = 7 + 2 + 20 = 29$$

$$S = \frac{1}{2} |29 - 26| = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

$$m_{AB} = \frac{3 - (-1)}{4 - 2} = 2 \xrightarrow{\text{شیب را قرینه و معکوس می‌کنیم}} m' = -\frac{1}{2}$$

$$M \begin{cases} \frac{2+4}{2} = 3 \\ \frac{-1+3}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{2}(x - 3) \Rightarrow 2y - 2 = -x + 3 \Rightarrow x + 2y - 5 = 0$$

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

دهانه‌ی سهمی رو به پایین و نقطه‌ی ماکزیمم دارد $a = -2 < 0$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = 2$$

$$f(2) = -2 \times 4 + 8 \times 2 - 5 = 3 \Rightarrow f(2) = 3$$

ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

دهانه سهمی رو به بالا و نقطه‌ی مینیمم دارد. $a = 3 > 0$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -1$$

$$g(-1) = 3 \times 1 + 6(-1) + 5 = 2 \Rightarrow f(-1) = 2$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 1 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -5 \end{cases}$$

$$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -5 \times 1 = -5$$

الف) $x - 2 + x = 5x(x - 2) \Rightarrow 5x^2 - 12x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 + \sqrt{26}}{5} \text{ و } \frac{6 - \sqrt{26}}{5}$

ب) $\sqrt{2x+9} = 2 + \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} 2x+9 = 4+x+1+4\sqrt{x+1}$

$$\Rightarrow x+4 = 4\sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} x^2+8x+16 = 16x+16$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق ق} \\ x = 8 \text{ ق ق} \end{cases}$$

	کل کار	مقدار کار در یک روز
علی	۱۰	$\frac{1}{10}$
رضا	x	$\frac{1}{x}$
علی و رضا	۴	$\frac{1}{4}$

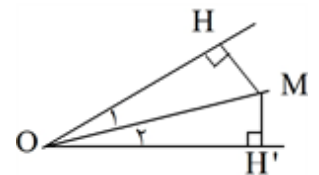
مقدار کار انجام شده توسط رضا در یک روز + مقدار کار انجام شده توسط علی در یک روز = مقدار کار انجام شده توسط رضا و علی

$$\Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x+10}{10x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = 10x + 20 \Rightarrow 3x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

$$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$$

OM

$$\widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OMH} = \widehat{OMH}' \Rightarrow MH = MH'$$



الف) $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b} \Rightarrow 8a + ab = 10b + ab \Rightarrow 8a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{8} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$

ب) $\frac{3a+10}{10+2a} = \frac{3b+7}{7+2b} \Rightarrow 21a + 6ab + 70 + 20b = 30b + 70 + 6ab + 14a$

$$\Rightarrow 21a - 14a = 30b - 20b \Rightarrow 7a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{7}$$

به قضیه‌هایی که عکس آن‌ها نیز درست باشد قضیه‌ی دوشروطی می‌گویند که با نماد \Leftrightarrow (اگر و تنها اگر) بیان می‌شوند. اگر در مثلثی، دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه‌ی بزرگ‌تر از ضلع مقابل به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است و برعکس.

الف) با توجه به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+6} = \frac{2y-1}{x+2} \xrightarrow{x=6} \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 2y-1 = \frac{48}{10} \Rightarrow 2y-1 = 4\frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow 2y = 5\frac{8}{10} \Rightarrow y = 2\frac{9}{10}$$

ب) با توجه به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ} \Rightarrow \frac{4x}{5} = \frac{20}{x} \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{20}{20+x} = \frac{x+15}{y-10} \xrightarrow{x=5} \frac{20}{25} = \frac{20}{y-10} \Rightarrow y-10 = 25 \Rightarrow y = 35$$

