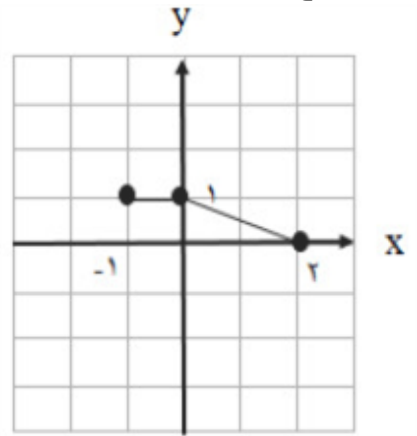


<p>پایه : دوازدهم</p> <p>ساعت شروع : ۷:۴۵</p> <p>مدت امتحان : ۶۰ دقیقه</p> <p>تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۸/۲۱</p>	<p>باسمه تعالی</p> <p>دبیرستان غیردولتی موحد</p>	<p>نام : _____</p> <p>نام خانوادگی : _____</p> <p>نام درس : ریاضی ۳</p> <p>نوبت امتحانی : میان نوبت اول</p>
---	--	---

<p>نمره با عدد:</p> <p>نمره با حروف:</p>	<p>نام و نام خانوادگی دبیر:</p> <p>تاریخ و امضا:</p>
--	--

ردیف	لطفاً به دو سؤال از سؤالات ۱۵-۱۴-۱۳ پاسخ دهید	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آن‌گاه $(f \circ g)(4) = 5$.	۱
۲	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. - نمودار تابع $f(x) = x^2$ در بازه $(0, 1)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالتر - پایین‌تر)	۰.۵
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - دو تابع $f(x) = -\frac{7}{4}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند.	۰.۵
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{3}{4}x$ یک چندجمله‌ای از درجه ۳ است.	۰.۵
۵	کدامیک از جملات زیر درست و کدامیک نادرست است؟ الف) $f(x) = 2x + 7$ و $g(x) = 5x + 9$ باشد، $(g \circ f)(1) = 54$ است. ب) اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g(2) = 5$ باشد، $(f \circ g)(2) = 5$ است.	۰.۵
۶	اگر $f = \{(2, a^2 + a), (2a + 1, 4), (2, 6), (2b - 1, a + 2), (-5, 19)\}$ یک تابع یک به یک باشد، a و b را حساب کنید.	۱

نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است.

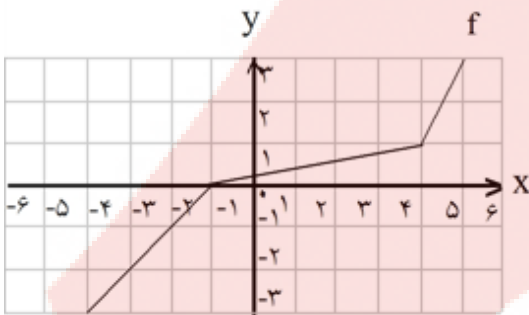


نمودار $g(x) = f(x - 1) + 2$ را رسم کرده و دامنه تابع $g(x)$ را تعیین کنید.

۲

۷

با توجه به نمودار f که در شکل زیر داده شده است، جدول را کامل کنید.



x	-3	-1	1	3
$f^{-1}(x)$				

۲

۸

اگر $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ و $g(x) = x^2 + x$ باشد، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(14)$ را حساب کنید.

۲

۹

دامنه تابع $f(x) = |x - 2|$ را چنان محدود کنید که تابع یک به یک باشد.

۲

۱۰

اگر $f(x) = 5x - 1$ و $g(x) = 3x + 2$ باشد، معادله $(f \circ g)(x) = 4$ را حل کنید.

۲

۱۱

اگر $f = \{(1, 5), (4, 3), (-1, 2), (7, 11)\}$ و $g = \{(5, -1), (3, 7), (11, 1), (9, 25)\}$ باشد، توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را حساب کنید.

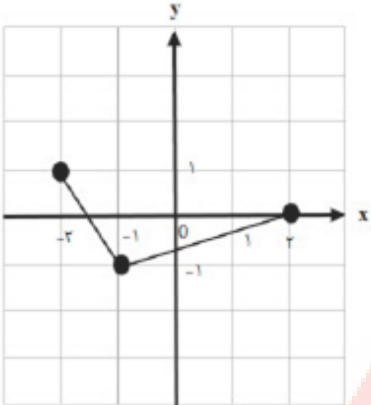
۲

۱۲

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

۲

۱۳

۲	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = ۲f(x + ۱)$ را رسم کرده و دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.</p> 	۱۴
۲	<p>با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & x \geq ۰ \\ -۳x & -۱ < x < ۰ \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی می‌باشد.</p>	۱۵

۱ درست

۲ پایین‌تر

۳ نادرست

۴ درست

۵ الف) درست

ب) نادرست

۶

$$a^2 + a = 6 \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 2) = 0$$

$$\begin{cases} a = -3 & \text{قق} \\ a = 2 & \text{قق} \end{cases}$$

$$a = -3 \Rightarrow f = \{(2, 6), (-5, 4), (2, 6), (2b - 1, -1), (-5, 19)\}$$

$$a = 2 \Rightarrow f = \{(2, 6), (5, 4), (2, 6), (2b - 1, 4), (-5, 19)\}$$

$$\Rightarrow 2b - 1 = 5 \Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

به ازای $a = -3$ تابع نیست.

بنابراین $a = 2$ و $b = 3$ است.



$$D_g = [0, 3]$$

۷

۸ در واقع این x هایی که در جدول نوشته شده است برای نمودار تابع رسم شده همان y است. بنابراین کافی است x این نقاط را در نمودار مشخص کنیم که همان y است.

x	-3	-1	1	3
$f^{-1}(x)$	-4	-2	4	5

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(14) = g^{-1}(f^{-1}(14))$$

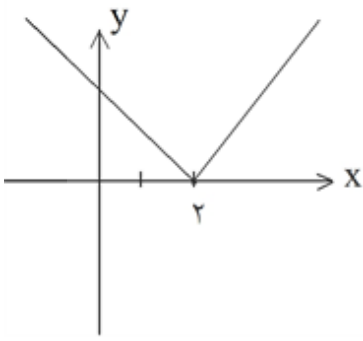
$$f(x) = \frac{x}{2} - 1 = 14 \Rightarrow \frac{x}{2} = 15 \Rightarrow x = 30$$

$$x^2 + x = 30 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow g^{-1}(30) = 3$$

۹ عدد ۱۴ برای تابع f خروجی تابع است.

عدد ۳۰ برای تابع g خروجی تابع است.

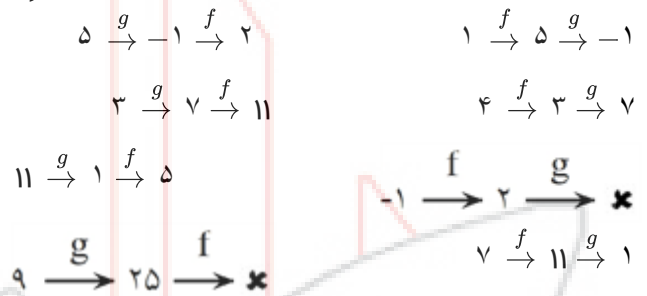
۱۰ با توجه به نمودار تابع دامنه محدود شده باید $[2, +\infty)$ یا $(-\infty, 2]$ باشد.



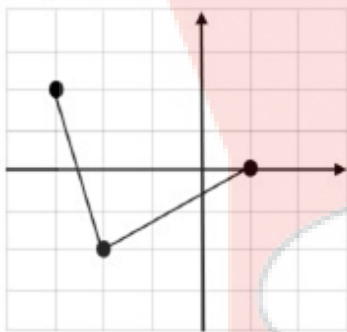
۱۱ $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 5(3x + 2) - 1 = 15x + 9 = 4 \Rightarrow 15x = -5 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

۱۲ $f \circ g = \{(5, 2), (3, 11), (11, 5)\}$

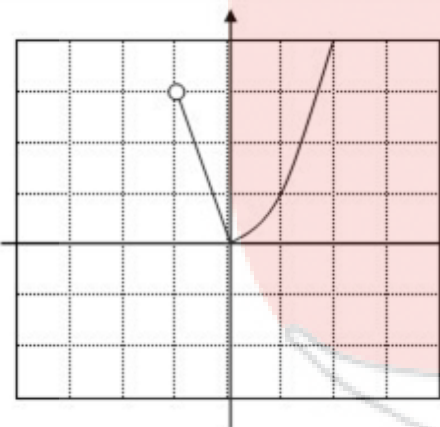
$g \circ f = \{(1, -1), (4, 7), (7, 1)\}$



مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳
$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$	$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$	$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$



۱۴ $D_f = [-3, 1]$
 $R_f = [-2, 2]$



۱۵ اکیدا نزولی $(-1, 0]$
اکیدا صعودی $[0, +\infty)$