



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	نام دبیر: آقای گروسی
پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:
رشته: ریاضی	زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم																														
1	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) گزاره ب) گزاره‌نما	۱																														
2	جای خالی را کامل کنید. الف) درست یا نادرست بودن یک گزاره را می‌گوییم. ب) اگر $A = \{1, \{1\}, \phi\}$ باشد، A $\{\{1\}\}$. پ) شناخت جامعه نامعلوم با استفاده از نمونه‌های معلوم در علم مورد بررسی قرار می‌گیرد. ت) اگر برای دو پیشامد A, B داشته باشیم $A \cap B \neq \phi$ آن‌گاه A, B را می‌گوییم.	۱																														
3	نقیض گزاره زیر را بنویسید. «عدد ۷ مربع کامل است و عدد ۶ اول نیست.»	۱																														
4	a عددی صحیح است. عکس نقیض گزاره «اگر a^2 زوج باشد آن‌گاه a هم زوج است» را نوشته و سپس آنرا ثابت کنید.	۱.۵																														
5	جدول زیر را کامل کنید.	۱.۵																														
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>گزاره‌ی p</th> <th>گزاره‌ی q</th> <th>ارزش p</th> <th>ارزش q</th> <th>ارزش $(p \Rightarrow q)$</th> <th>ارزش $(p \wedge q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>عدد ۲ زوج است.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>د</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$1 \neq 2$</td> <td></td> <td></td> <td>ن</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$2 \in \{1, 2\}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td></td> <td>عدد ۷ اول است</td> <td></td> <td></td> <td>د</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			گزاره‌ی p	گزاره‌ی q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$	عدد ۲ زوج است.					د		$1 \neq 2$			ن		$2 \in \{1, 2\}$					ن		عدد ۷ اول است			د	
گزاره‌ی p	گزاره‌ی q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$																											
عدد ۲ زوج است.					د																											
	$1 \neq 2$			ن																												
$2 \in \{1, 2\}$					ن																											
	عدد ۷ اول است			د																												
6	ارزش و نقیض گزاره سوری مقابل را بنویسید. $\forall x \in \mathbb{R} : x < 0 \vee x^2 \geq 0$	۱																														
7	۵ افراز مختلف از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را بنویسید.	۱.۵																														
8	ارزش‌های گزاره‌ای سوری زیر را تعیین کنید و نقیض هریک را بنویسید. الف) $\forall x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \geq 2$ ب) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ پ) $\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} = 2-x$	۲																														
9	کدام یک از مجموعه‌های زیر با هم مساوی‌اند؟ $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m < 2\}$ $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ $C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\}$ $D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\}$ $E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^3 + 2m = 3m^2\}$	۱.۵																														
10	اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعه‌ی A چند زیرمجموعه دارد؟	۱.۵																														
11	عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید: الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد. ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد، ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد. پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.	۲																														



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :		نام دبیر : آقای گروسی											
پایه : یازدهم		تاریخ امتحان :											
رشته : ریاضی		زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه											
امتحانات نوبت اول		نام درس : آمار احتمال											
۱۲	اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{3}{5}$ ، $P(C) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $P(B)$ را به دست آورید.	۱.۵											
۱۳	با توجه به جدول ارزش گزاره نشان دهید:	۲	$(q \wedge p) \vee (q \vee p) \equiv q \vee p$ <table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>$q \wedge p$</td> <td>$q \vee p$</td> <td>$(q \wedge p) \vee (q \vee p)$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	p	q	$q \wedge p$	$q \vee p$	$(q \wedge p) \vee (q \vee p)$					
p	q	$q \wedge p$	$q \vee p$	$(q \wedge p) \vee (q \vee p)$									
۱۴	اگر $A = N$ و $B = [1, 4]$ باشد، مطلوبست نمودار حاصل ضرب‌های $B \times A$ و $A \times B$.	۱											
۲۰	موفق باشید												

دبیرستان غیر دولتی موحّد

$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < 2\} = \{-1, 0, 1\} \quad -2 < m < 2$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\} = \{-1, +1, 0\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\} = \{0, 1, 2\}$$

$$D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^3 + 2m = 3m^2\} = \{0, 1, 2\}$$

$$m^3 - 3m^2 + 2m = 0 \Rightarrow m(m^2 - 3m + 2) = 0 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow (m-2)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow m = 2, m = 1$$

$$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm 1 \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$y^2 - 2y \leq 0 \Rightarrow y(y-2) \leq 0$$

	0	2
+	0	-
-	0	+

$$A = B = D, C = E$$

$$2^x - 384 = 2^{x-2} \Rightarrow 2^x - 384 = 2^x \div 2^2 \Rightarrow 2^x - 384 = 2^x \div 4$$

$$2^x - \frac{2^x}{4} = 384 \Rightarrow 2^x \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 384 \Rightarrow 2^x = 384 \times \frac{4}{3} = 512 = 2^9 \Rightarrow x = 9$$

ت) ناسازگار

پ) آمار

ب) $\{\{1\}\} \subset A$

الف) ارزش

$n(S) = 100$

هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳: مضرب ۶

الف) $n(2 \cup 3) = n(2) + n(3) - n(2 \cap 3)$
 مضرب ۲ یا ۳ مضرب ۶
 $\left[\frac{100}{2}\right] + \left[\frac{100}{3}\right] - \left[\frac{100}{6}\right] = 67 \Rightarrow p = \frac{67}{100}$

ب) $n(2 \cap \bar{3}) = n(2 - 3) = n(2) - n(2 \cap 3) = \left[\frac{100}{2}\right] - \left[\frac{100}{6}\right] = 34 \Rightarrow p = \frac{34}{100}$

ج) $n(\bar{2} \cap \bar{3}) = n((2 \cup 3)') = n(S) - n(2 \cup 3) = 100 - 67 = 33 \Rightarrow p = \frac{33}{100}$

توجه: تعداد مضارب k از ۱ تا n برابر است با $\left[\frac{n}{k}\right]$.

$P(C) - P(A) = P(\{a, b, c\}) - P(\{a, b\}) = P(e) = \frac{3}{5} - \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$ (۱)

$P(S) = P(\{a, b, c, d, e\}) = P(\{a, b, c, d\}) + P(e) = P(B) + P(e) = 1$

(۱) $\rightarrow P(B) = 1 - P(e) = 1 - \frac{6}{35} = \frac{29}{35}$

p	q	$q \wedge p$	$q \vee p$	$(q \wedge p) \vee (q \vee p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	ن

ستون ارزشی یکسان است.

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

عدد ۷ مربع کامل نیست یا عدد ۶ اول است.

عکس نقیض $p \Rightarrow q \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim p$

اگر a زوج نباشد آنگاه a^2 زوج نیست.

$$\sim(\forall x : p(x) \vee q(x)) \equiv \exists x; \sim(p(x) \vee q(x)) \equiv \exists x; \sim p(x) \wedge \sim q(x)$$

ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p
د	د	د	د	عدد ۳ فرد است	عدد ۲ زوج است.
ن	ن	ن	د	$1 \neq 2$	شهریور ۳۱ روز دارد
ن	د	ن	د	عدد ۵ مضرب ۲ است	$2 \in \{1, 2\}$
ن	د	د	ن	عدد ۷ اول است	$3 > 5$

۱۰

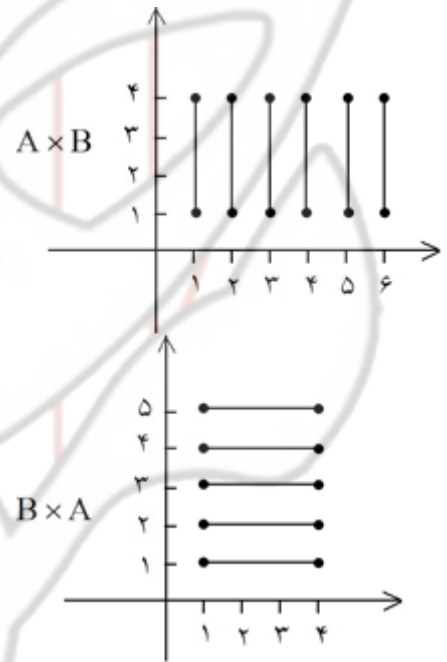
الف) گزاره: جمله‌ی خبری که دارای ارزش درست یا نادرست است.
ب) گزاره‌نما: جمله‌ی خبری شامل متغیر که با جای‌گذاری متغیرها به گزاره بدل می‌شود.

$$\begin{aligned} & \{\{1, 2, 3\}, \{4\}\} \\ & \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\} \\ & \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\} \\ & \{\{1, 3, 4\}, \{2\}\} \end{aligned}$$

۱۲

۱۳



آ) نادرست است، زیرا $x = 2$ یک مثال نقض برای آن است. $(\frac{3}{2} \neq 2)$

۱۴

$$\sim(\forall x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \geq 2) \equiv \exists x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} < 2 \equiv \exists x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} < 2$$

ب) درست است، زیرا اتحاد مزدوج می‌باشد و به ازای هر عدد حقیقی برقرار است.

$$\sim(\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = (x-1)(x+1))$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \neq (x-1)(x+1)$$

پ) نادرست است، زیرا به ازای $x = -2$ مخرج کسر صفر شده و عبارت تعریف نشده است.

$$\sim(\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} = 2-x) \equiv \exists x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} \neq 2-x$$