



نام و نام خانوادگی: پایه: رشته را وارد کنید کلاس:	امتحانات نوبت دوم نام درس را وارد کنید	نام دبیر: آقای نام دبیر را وارد کنید تاریخ امتحان: تاریخ را وارد کنید زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید
---	---	--

ردیف	سوالات	بارم
۱	گزاره‌های زیر را با استفاده از \forall و \exists بنویسید و ارزش هر کدام را مشخص کنید. الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است. ب) برای بعضی از مقادیر a در مجموعه اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$	۱
۲	با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، درستی هم‌ارزی زیر را نشان دهید. $p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$	۱
۳	اگر $A = \{2x + 2y, 4\}$ و $B = \{5, 4x - y\}$ و $A = B$ ، در این صورت مقادیر x و y را بیابید.	۱
۴	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) فرض کنید $U \subset A$ ؛ ثابت کنید: $A = U$ ب) درستی تساوی زیر را بررسی کنید. $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$	۱/۵
۵	فرض کنید $A = (1, 3)$ و $B = \{1, 3\}$ ، نمودار مجموعه $A \times B$ را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱
۶	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) برای پیشامد دلخواه A از فضای نمونه‌ای S ثابت کنید: $P(A') = 1 - P(A)$ ب) اگر $P(A) = \frac{2}{8}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $P(A' \cap B')$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	سه دونه a ، b و c با هم مسابقه می‌دهند و فرض کنید احتمال برد a دو برابر احتمال برد b و احتمال برد b ، 3 برابر احتمال برد c باشد. احتمال این که a برنده شود چقدر است؟	۱/۵
۸	درباره خانواده‌ای ۴ فرزندی، می‌دانیم که دست کم یکی از فرزندان آنها پسر است. احتمال این که دقیقاً ۲ پسر داشته باشند چقدر است؟	۱/۵



نام و نام خانوادگی: پایه: پایه و رشته را وارد کنید کلاس:	امتحانات نوبت دوم نام درس را وارد کنید	نام دبیر: آقای نام دبیر را وارد کنید تاریخ امتحان: تاریخ را وارد کنید زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید
--	---	--

۹	جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که ۳ تای آنها سوخته است. اگر به تصادف و بدون جای‌گذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن که حداقل یکی از آنها سوخته باشد را بیابید.												
۱۰	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) ۶۰ داده آماری در ۵ دسته با طول ۸ دسته‌بندی شده‌اند. مساحت کل نمودار بافت‌نگاشت را بیابید. ب) اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O برابر $\frac{4}{10}$ باشد و مجموعه فراوانی‌های همه گروه‌های خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود، فراوانی گروه خونی O چه عددی است؟												
۱۱	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) میانگین ۸ داده آماری $\frac{22}{5}$ است. اگر ۳ داده ۲۰، ۲۱ و ۲۷ را به آنها اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی است؟ ب) میانه، چارک اول، چارک سوم و مد را در داده‌های زیر به دست آورید. ۴۵، ۴۰، ۳۲، ۶۰، ۴۸، ۵۱، ۳۲، ۴۸، ۵۰												
۱۲	در جدول فراوانی زیر واریانس برابر ۶ است. مقدار a را به دست آورید.												
	<table border="1"> <tr> <td>داده</td> <td>۶</td> <td>۸</td> <td>۱۰</td> <td>۱۲</td> <td>۱۴</td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۳</td> <td>۲</td> <td>a</td> <td>۶</td> <td>۱</td> </tr> </table>	داده	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	فراوانی	۳	۲	a	۶	۱
داده	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴								
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱								
۱۳	برای هر یک از مفاهیم زیر یک مثال بیاورید. الف) نمونه‌گیری احتمالی: ب) نمونه‌گیری غیراحتمالی: ج) جمع‌آوری داده‌ها با پرسش‌نامه:												
۱۴	فرض کنید از ۴۸ دانش‌آموز یک مدرسه پرسیده‌ایم که «آیا برای آمدن به مدرسه از وسایل نقلیه عمومی استفاده می‌کنید؟»، اگر ۳۶ نفر پاسخ مثبت داده باشند، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد بگویید در چه بازه‌ای جواب دانش‌آموزان به این سؤال مثبت است؟												



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی: پایه: پایه یازدهم ریاضی کلاس:	امتحانات نوبت دوم آمار و احتمال	نام دبیر: آقای گروسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۱۲ زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید
پاسخ سؤالات آزمون ۱۴		

$= A \cup (B \cap A')$ $= (A \cup B) \cap (A \cup A')$ $= (A \cup B) \cup U$ $= A \cup B$	تعریف مرجع: توزیع پذیری: تعریف متمم: تعریف مرجع:	الف) گزاره درست $\forall n \in \mathbb{N} : n = 2k \vee n = 2k + 1$ ب) گزاره نادرست $\exists a \in \mathbb{W} : a^x < \cdot$	۱																																																															
باید خطوط $y = 1$ و $y = 3$ را در محدوده $1 < x < 3$ رسم کنید. 	۵	<table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>$q \wedge r$</th> <th>$p \wedge (q \wedge r)$</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$(p \wedge q) \wedge r$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table>	p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	د	د	د	د	د	د	د	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	۲
p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$																																																												
د	د	د	د	د	د	د																																																												
د	د	ن	ن	ن	د	ن																																																												
د	ن	د	ن	ن	ن	ن																																																												
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن																																																												
ن	د	د	د	ن	ن	ن																																																												
ن	د	ن	د	ن	ن	ن																																																												
ن	ن	د	ن	ن	ن	ن																																																												
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن																																																												
الف) می دانیم پیشامدهای A و A' ناسازگارند $A \cap A' = \emptyset$ از طرفی $A \cup A' = S$ ؛ بنابراین طبق اصول احتمال داریم: $P(A \cup A') = P(S) \Rightarrow P(A) + P(A') = 1$ $\Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$ ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$ $P(A' \cup B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$ $= 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$	۶	مشاهده می کنیم که ارزش ستون های مشخص شده یکسان است؛ بنابراین هم ارزی برقرار است. ۴، عضو مشترک دو مجموعه است؛ بنابراین:	۳																																																															
$P(a) = 2p$ $p(b) = 3p(c)$ $\Rightarrow P(c) = x, P(b) = 3x, P(a) = 6x$ $\sum P_i = 1 \Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) = 1$ $6x + 3x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$ $P(a) = 6x = 6 \times \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$	۷	الف) طبق تعریف مجموعه مرجع برای هر مجموعه دلخواه A داریم $A \subset U$ ؛ زیرا اگر $A \not\subset U$ ، در این صورت $\exists x \in A : x \notin U$ و این متناقض با تعریف مجموعه مرجع است؛ بنابراین: $\begin{cases} A \subset U \\ U \subset A \text{ فرض} \end{cases} \Rightarrow A = U$ ب) تبدیل تفاضل به اشتراک: $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$ $= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B \cap A')$ شرکت پذیری و عکس توزیع پذیری: $= (A \cap (B' \cup B)) \cup (B \cap A')$ $= (A \cap U) \cup (B \cap A')$ تعریف متمم:	۴																																																															



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر: آقای گروسی
پایه: پایه یازدهم ریاضی	آمار و احتمال	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۱۲
کلاس:	پاسخ سؤالات آزمون ۱۴	زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید

۸	در یک خانواده با ۴ فرزند، فضای نمونه دارای $ S =2^4=16$ برآمد است. اگر B پیشامد دست کم یک فرزند پسر و A پیشامد دقیقاً دو پسر باشد، احتمال مطلوب $P(A B)$ است؛ بنابراین:	$ B = \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$ $ A \cap B = \binom{4}{2} = 6$ $P(A B) = \frac{ A \cap B }{ B } = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$
۹	لامپ‌ها را یکی یکی و بدون جای‌گذاری خارجی می‌کنیم؛ بنابراین احتمال سالم بودن هر سه لامپ برابر است با:	$P(A') = \frac{9}{12} \times \frac{8}{11} \times \frac{7}{10} = \frac{42}{110}$ <p>بنابراین احتمال این که حداقل یکی از لامپ‌ها سوخته باشد، به صورت زیر است:</p> $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{42}{110} = \frac{68}{110}$
۱۰	الف) ۸ = طول دسته مجموع فراوانی‌ها در واقع مجموع ارتفاع تمام دسته‌ها را با هم نشان می‌دهد؛ بنابراین:	$۶۰ = \text{مجموع فراوانی‌ها}$ $۸ \times ۶۰ = ۴۸۰ = \text{مساحت زیر نمودار}$ <p>ب) $\text{فراوانی نسبی گروه خونی O} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{جمع فراوانی‌ها}}$</p> $\Rightarrow ۰/۴ = \frac{f_i}{۲۰} \Rightarrow f_i = ۲۰ \times ۰/۴ = ۸$
۱۱	الف) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \sum x_i = n\bar{x}$ \Rightarrow مجموع ۸ داده = $۸ \times ۲۲/۵ = ۱۸۰$ ب) ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:	$\frac{۱۸۰ + ۲۰ + ۲۱ + ۲۷}{۱۱} = \frac{۲۴۸}{۱۱} \approx ۲۲/۵$ <p>۳۲, ۳۲, ۴۰, ۴۵, ۴۸, ۴۸, ۵۰, ۵۱, ۶۰</p> <p>ب میانه</p> <p>میانه برابر است با ۴۸.</p>
۱۲		$\bar{X} = \frac{۳ \times ۶ + ۲ \times ۸ + ۱۰ \times a + ۱۲ \times ۶ + ۱۴ \times ۱}{۳ + ۲ + a + ۶ + ۱}$ $= \frac{۱۲۰ + ۱۰a}{۱۲ + a} = \frac{۱۰(۱۲ + a)}{۱۲ + a} = ۱۰$ $\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} \Rightarrow ۶ = \frac{۳(۶-۱۰)^2 + ۲(۸-۱۰)^2}{a + ۱۲}$ $+ a(۱۰-۱۰)^2 + ۶(۱۲-۱۰)^2 + ۱(۱۴-۱۰)^2$ $\Rightarrow ۶ = \frac{۴۸ + ۸ + ۰ + ۲۴ + ۱۶}{a + ۱۲} \Rightarrow ۶a + ۷۲ = ۹۶$ $\Rightarrow ۶a = ۲۴ \Rightarrow a = ۴$
۱۳	الف) بررسی قد دانش‌آموزان دبیرستانی و انتخاب ۵ منطقه آموزش و پرورش به شکل تصادفی ساده ب) بررسی وضعیت درآمد کارکنان شرکت‌های دولتی و انتخاب شرکت ایران خودرو ج) میزان رضایت مشتریان از محصولات شرکت پارس الکتریک	
۱۴		$m=۳۶ \quad n=۴۸ \Rightarrow P = \frac{m}{n} = \frac{۳۶}{۴۸} = ۰/۷۵$ $\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{۰/۷۵ \times ۰/۲۵}{۴۸}} = \sqrt{\frac{۳}{۴ \times ۴۸}}$ $= ۲ \times \frac{۱}{۱۶} = ۰/۱۲۵$ <p>پس بازه اطمینان ۹۵ درصد به صورت زیر است:</p> $(P - ۲ \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}, P + ۲ \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}})$ $= (۰/۷۵ - ۰/۱۲۵, ۰/۷۵ + ۰/۱۲۵) = (۶۲/۵, ۸۷/۵)$