



نام و نام خانوادگی: پایه: پایه و رشته را وارد کنید کلاس:	<b>امتحانات نوبت دوم</b> <b>نام درس را وارد کنید</b>	نام دبیر: آقای نام دبیر را وارد کنید تاریخ امتحان: تاریخ را وارد کنید زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید
--	---	--

ردیف	سوالات	بارم
۱	با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها درستی هم‌ارزی مقابل را نشان دهید. $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	۱
۲	درستی یا نادرستی گزاره‌های سوری زیر را مشخص کرده و نقیض آن‌ها را بنویسید. الف) $\exists x \in P: x = 2k$ ب) $\forall A \subset S: P(A) > 0$	۱
۳	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) برای دو مجموعه دلخواه $A$ و $B$ از مجموعه مرجع $U$ ، ثابت کنید: $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$ ب) با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A - B) \cup (A \cap B) = A$	۲
۴	اگر $B = \{5, 1\}$ و $B = \{5, 1\}$ باشد نمودار مجموعه $B \times A$ را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۵
۵	از مجموعه اعداد ۲ رقمی، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که عدد انتخاب شده بر ۳ بخش پذیر باشد، اما بر ۵ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۶	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس، احتمال مشاهده اعداد ۲ یا ۳ را به دست آورید.	۱/۵
۷	۵۰ درصد واجدین شرایط در شهر $A$ و ۸۰ درصد واجدین شرایط در شهر $B$ در انتخابات شورای شهر شرکت کرده‌اند. اگر تعداد واجدین شرایط شهر $A$ سه برابر تعداد واجدین شرایط شهر $B$ باشد و فردی به تصادف از بین رأی‌دهنده‌های این دو شهر انتخاب شود، به چه احتمالی از شهر $A$ خواهد بود؟	۱/۵



نام و نام خانوادگی: پایه: پایه و رشته را وارد کنید کلاس:	<b>امتحانات نوبت دوم</b> <b>نام درس را وارد کنید</b>	نام دبیر: آقای نام دبیر را وارد کنید تاریخ امتحان: تاریخ را وارد کنید زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید
--	---	--

۱	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد مستقل و $P(A B) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $P(A-B)$ را به دست آورید.	۸												
۲	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) دو مفهوم داده و متغیر را تعریف کنید. ب) در جدول زیر، اگر زاویه متناظر دسته $D$ در نمودار دایره‌ای $96^\circ$ باشد، فراوانی نسبی دسته $C$ را به دست آورید.	۹												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>نوع</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>تعداد</td> <td>x</td> <td>x + 6</td> <td>6x</td> <td>x + 9</td> <td>2x - 3</td> </tr> </tbody> </table>	نوع	A	B	C	D	E	تعداد	x	x + 6	6x	x + 9	2x - 3	
نوع	A	B	C	D	E									
تعداد	x	x + 6	6x	x + 9	2x - 3									
۲	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) میانگین ۸ داده آماری برابر ۵ و میانگین ۱۴ داده آماری دیگر برابر ۱۰ است. میانگین تمام داده‌ها را به دست آورید. ب) میانه، چارک اول، چارک سوم و مد را در داده‌های زیر مشخص کنید. ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۱۹	۱۰												
۲	داده‌های آماری زیر را در نظر بگیرید واریانس داده‌های داخل جعبه را به دست آورید. ۱۳، ۱۲، ۲۱، ۱۷، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۱۷، ۱۶، ۲۰، ۷، ۱۸	۱۱												
۱/۵	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) فرق بین آماره با پارامتر چیست؟ ب) مزیت نمونه‌گیری احتمالی بر نمونه‌گیری غیراحتمالی را بنویسید.	۱۲												
۱/۵	در جامعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چه قدر احتمال دارد نمونه دوتایی، میانگین جامعه را $3/5$ بر آورد کند؟	۱۳												



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : پایه یازدهم ریاضی	آمار و احتمال	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۴/۱۲
کلاس :		زمان پاسخگویی : زمان را وارد کنید

پاسخ سؤالات آزمون ۱۳

<p>۵</p> <p><math>S = \{10, 11, 12, \dots, 99\} \Rightarrow  S  = 99 - 10 + 1 = 90</math></p> <p>اگر <math>A</math> پیشامد بخش پذیری بر ۳ و <math>B</math> پیشامد بخش پذیری بر ۵ باشد، در این صورت:</p> $ A  = \left\lfloor \frac{99}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{9}{3} \right\rfloor = 30$ $ A \cap B  = \left\lfloor \frac{99}{15} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{9}{15} \right\rfloor = 6$ $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{30}{90} - \frac{6}{90} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$	<p>۱</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th><math>p \wedge q</math></th> <th><math>\sim(p \wedge q)</math></th> <th><math>\sim p</math></th> <th><math>\sim q</math></th> <th><math>\sim p</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table> <p>با توجه به جدول، هم ارزی دارای ارزش درست است.</p> <p>۲ الف) گزاره درست</p> <p><math>\forall x \in p : x = 2k + 1</math> ← نقیض</p> <p>ب) گزاره نادرست (مثال نقض) <math>A = \emptyset</math></p> <p><math>\exists A \subset S : P(A) \leq 0</math> ← نقیض</p>	p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p$	د	د	د	ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	د	ن	د	د	ن	د	ن	د	د	ن	د	ن	ن	ن	د	د	د	د
p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p$																														
د	د	د	ن	ن	ن	ن																														
د	ن	ن	د	ن	د	د																														
ن	د	ن	د	د	ن	د																														
ن	ن	ن	د	د	د	د																														
<p>۶</p> <p><math>P(2) = P(4) = P(6) = 3P(1) = 3P(3) = 3P(5)</math></p> <p><math>\begin{cases} P(1) = P(3) = P(5) = x \\ P(2) = P(4) = P(6) = 3x \end{cases}</math></p> <p><math>\sum_{p_i} = 1 \Rightarrow p(1) + p(2) + \dots + p(6) = 1</math></p> <p><math>\Rightarrow x + 3x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}</math></p> <p><math>p(\{(3,2)\}) = p(2) + p(3) = 4x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}</math></p>	<p>۳ الف) برای اثبات نشان می‌دهیم:</p> <p><math>B \subset (A \cup B), (A \cup B) \subset B</math></p> <p>با توجه به تعریف اجتماع <math>B \subset (A \cup B)</math> بدیهی است؛ همچنین:</p> <p><math>\begin{cases} B \subset B \\ A \subset B \end{cases} \Rightarrow (A \cup B) \subset (B \cup B) \Rightarrow (A \cup B) \subset B</math></p> <p><math>A \cup B = B</math> بنابراین:</p> <p>ب) تبدیل تفاضل به اشتراک:</p> <p><math>(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B)</math></p> <p><math>= A \cap (B' \cup B)</math></p> <p><math>= A \cap U</math></p> <p><math>= A</math></p> <p>عکس توزیع پذیری:</p> <p>تعریف متمم:</p> <p>اشتراک با مرجع:</p>																																			
<p>۷</p> <p>اگر <math>C</math> پیشامد رأی دهنده‌های دو شهر باشد، در این صورت احتمال مطلوب مسئله <math>P(A C)</math> است.</p> <p><math>P(C) = P(A) \cdot P(C A) + P(B) \cdot P(C B)</math></p> $= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{8} + \frac{1}{5} = \frac{23}{40}$ $P(A C) = \frac{P(A) \cdot P(C A)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{23}{40}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{23}{40}} = \frac{15}{23}$	<p>۴ نمودار خطوط <math>y = 3</math> و <math>y = 4</math> را در محدوده <math>1 &lt; x \leq 5</math> نشان می‌دهد.</p>																																			



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر: آقای گروسی
پایه: پایه یازدهم ریاضی	آمار و احتمال	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۱۲
کلاس:		زمان پاسخگویی: زمان را وارد کنید

پاسخ سؤالات آزمون ۱۳

۸	A و B دو پیشامد مستقل اند؛ بنابراین: $P(A B) = P(A)$ و همچنین $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ $P(A - B) = P(A) - P(A) \cdot P(B)$ بنابراین: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
۹	الف) داده: واقعیت‌هایی درباره افراد یا پدیده‌ها که در علم آمار برای محاسبه، استنباط، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌رود. متغیر: ویژگی مورد بررسی که معمولاً از یک عضو جامعه به عضوی دیگر متفاوت است. ب) تعداد کل داده‌ها: $= x + x + 6 + 6x + x + 9 + 2x - 3 = 11x + 12$ زاویه دسته در دایره $\theta = \frac{f_i}{n} \times 360$ $\Rightarrow 96 = \frac{x+9}{11x+12} \times 360 \Rightarrow 4 = \frac{x+9}{11x+12} \times 15$ $\Rightarrow 44x + 48 = 15x + 135 \Rightarrow x = 3$ فرآوانی نسبی دسته C $= \frac{6x}{11x+12} = \frac{3 \times 6}{3 \times 11 + 12} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$
۱۰	الف) $\begin{cases} \text{مجموع کل داده‌های آماری} \\ \text{مجموع ۴ داده آماری} = 8 \times 5 = 40 \\ \text{مجموع ۱۲ داده آماری} = 14 \times 10 = 140 \end{cases}$ $\Rightarrow \bar{X} = \frac{40 + 140}{22} = \frac{180}{22} \approx 8.2$ ب) با توجه به این که داده‌ها به صورت صعودی مرتب شده‌اند، میانه، داده وسطی یعنی ۱۵ است. $10, 12, 12, 12, 13, 15, 16, 17, 17, 18, 19$ $\begin{matrix} \bar{Q}_1 & \bar{Q}_2 & \text{میانه} & \bar{Q}_3 \end{matrix}$ $Q_3 = 17$ چارک سوم $Q_1 = 12$ چارک اول $12 = \text{مد}$
۱۱	ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم: $\underbrace{7, 9, 10, 11, 12, 12, 13}_{Q_1=10.5}, \underbrace{16, 17, 17, 18, 20, 21}_{Q_3=17.5}$ بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارتند از: $11, 12, 12, 13, 16, 17, 17$ $\bar{X} = 13 + \frac{-2 - 1 - 1 + 0 + 3 + 4 + 4}{7} = 13 + \frac{7}{7} = 14$ $\sigma^2 = \frac{(11-14)^2 + (12-14)^2 + (12-14)^2 + (13-14)^2 + (16-14)^2 + (17-14)^2 + (17-14)^2}{7}$ $= \frac{9 + 4 + 4 + 1 + 4 + 9 + 9}{7} = \frac{40}{7} \approx 5.7$
۱۲	الف) ۱) پارامتر مقداری عددی است که جنبه خاصی از جامعه را نشان می‌دهد، اما آماره مقداری عددی است که جنبه خاصی از نمونه را توصیف می‌کند. ۲) در پارامتر داده‌های کل جامعه مورد نیاز است، اما در آماره فقط داده‌های نمونه مورد نیاز است. ب) در نمونه‌گیری احتمالی، شانس همه واحدهای آماری برای انتخاب در نمونه با هم مساوی است، ولی در نمونه‌گیری غیراحتمالی بیشتر از واحدهای آماری در دسترس استفاده می‌شود.
۱۳	تعداد نمونه‌های دوتایی از جامعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ برابر است با: $\binom{6}{2} = 15$ برای این که میانگین نمونه ۲ تا ۳/۵ باشد، مجموع دو عضو باید ۷ باشد که نمونه‌های $\{1, 6\}$ ، $\{3, 4\}$ ، $\{2, 5\}$ این خاصیت را دارند، بنابراین احتمال مورد نظر $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ است.